

## 2.2. Дәрістік сабақ конспектілері

### 1.1. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

**Кинематика** -қозғалысты тудыратын немесе оны өзгертетін себептерге тәуелсіз қозғалыс заңдылықтарын қарастыратын механиканың бөлімі. Теориялық зерттеулер кезінде практикалық есептерді жеңілдететін физикалық моделдер пайдаланылады. Осындай моделдің бірі ретінде берілген есепте өлшемін және пішінін есепке алынбайтын дене – материялық нүкте болып табылады. Мысалы, Күннің айналасында планеталардың қозғалыс заңдылықтарын зерттеу барысында оларды материялық нүкте деп қарастыруға болады.

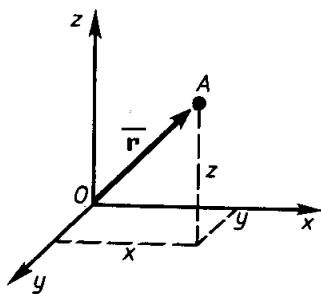
Материялық нүктенің қозғалыс күйі санақ денесі деп аталатын кез келген таңдап алынған денемен салыстырылып қарастырылады. Онымен қандай да бір координат жүйесі, мысалы тікбұрышты жүйе байланыстырылады. Қозғалыс әрі кеңістікке және уақытқа байланысты өтеді. Кеңістік және уақыт материяның бөлінбейтін өмір сүру бөлігі болып табылады, сондықтан қозғалысты сипаттау үшін уақытты да анықтау қажет. Бұл сағат арқылы іске асырылады. Санақ денесімен байланысқан координаттар жүйесі мен сағаттар жиынтығын *санақ жүйесі* деп атайды.

Материялық нүкте қозғалысының кинетикалық сипаттамасы

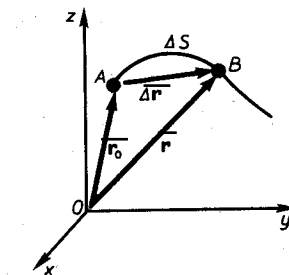
Таңдап алынған санақ жүйесінде уақыт мезетінде анықталған қозғаушы А материялық нүктенің күйі үш координатпен  $x, y, z$  беріледі (1.1- сурет), ол координатқа уақыт өтуіне байланысты өзгереді немесе басқаша айтқанда уақыттың функциялары болып табылады, яғни

$$\begin{aligned}x &= x(t), \\y &= y(t), \\z &= z(t).\end{aligned}\tag{1.1}$$

Осы теңдеулерден уақытты шығарып, материялық нүкте қозғалыс траекториясының теңдеуін аламыз. *Траектория* - деп, осы нүктенің кеңістіктері сипаттайтын сызығын айтамыз.



1.1-сурет



1.2-сурет

Траекторияның пішініне байланысты қозғалыс *түзу сызықты* және *қисық сызықты* (шеңбер бойымен, парабола бойынша кез келген қисық сызық бойынша қозғалыс) болып бөлінеді.

Материялық нүкте қозғалысының (1.1.) теңдеудегі үш түрлі скалярлы теңдеулер орнына бір ғана векторлы теңдеу жазуға болады;

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad (1.2)$$

мұндағы  $\vec{r}$  - координаттар басынан берілген нүктеге дейінгі жүргізілген радиус – вектор.

(1.1.) және (1.2.) теңдеулер материялық нүкте қозғалысының кинематикалық теңдеулері деп аталады.

Материалық нүктенің АВ қисық сызықты траекториясы бойымен өткен қозғалысын қарастырайық(1.2. – сурет). Берілген уақыт аралығында өтетін траекторияның АВ бөлігін жол ұзындығы  $\Delta s$  деп аталады. Жол ұзындығы – скаляр шама, уақыт функциясы болып табылады. Қозғалатын нүктенің бастапқы күйінен оның берілген уақыт мезетіндегі күйіне дейінгі жүргізілген вектор  $\Delta \vec{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$  орын ауыстыру векторы деп аталады. Түзу сызықты қозғалыс жағдайында орын ауыстыру векторы траекторияның сәйкес бөлігімен дәл келеді және  $\left| \Delta \vec{r} \right|$  орын ауыстыру  $\Delta s$  жүрілген жолына тең болады

### Жылдамдық және үдеу

Қозғалыстың кинематикалық сипаттамасы ретінде векторлық шамалар  $\vec{v}$  – жылдамдық және  $\vec{a}$  - үдеу болып табылады.

Жылдамдық қозғалыстың тездігі ретінде сондай-ақ оның берілген уақыт мезетіндегі оның бағытын анықтайды.  $\langle \vec{v} \rangle$  орташа жылдамдық радиус –  $\Delta \vec{r}$  нүкте векторының  $\Delta t$  уақыт аралығына қатынасымен анықталады:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Орташа жылдамтықтың бағыты  $\Delta \vec{r}$  бағытымен сәйкес келеді. Орташа жылдамдықтың модулі

$$\langle v \rangle = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

*Лездік жылдамдық ұғымын енгізейік. Егер  $\Delta t$  аз уақыт ішінде нүкте  $\Delta \vec{r}$  орын ауыстырса, онда  $\Delta t$  уақыт аралығы шексіз азайған кездегі  $\Delta \vec{r} / \Delta t$  қатынасының шегі, (яғни орташа жылдамдық) *лездік жылдамдық* деп аталады, яғни*

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt} . . \quad (1.3)$$

Сонымен, орын ауыстыру векторының уақыт бойынша алынған бірінші туындысына тең шама жылдамдық-векторлық шама.

$\Delta t \rightarrow 0$  кезіндегі  $\left| d \vec{r} \right| = dS$  модулі және АВ хордасы бағыты бойынша траекторияның А нүктесіндегі жанамамен сәйкес келеді. Сондықтан, қозғалған нүктенің  $d \vec{r}$  векторы және  $\vec{v}$  жылдамдығы қозғалыс бағытына қарай траектория бойынша жанамамен бағытталған

Өйткені,  $\left| d \vec{r} \right| = dS$  онда жылдамдықтың сан мәні жол ұзындығынан уақыт бойынша алынған бірінші туындысына тең

$$v = \frac{dS}{dt} \quad (1.4)$$

(1.4) өрнегінен

$$dS = v \cdot dt \quad (1.5)$$

шығады

Бұл, материялық нүктенің өте аз  $dt$  уақыт ішінде жүрген шексіз аз жол

$t$  уақыт ішінде траекторияның бастапқы және соңғы нүктелер арасындағы жүрген жол (1.5.) өрнегін интегралдау арқылы анықталады

$$S = \int_0^S dS = \int_0^t v dt \quad (1.6)$$

Егер қозғалыс кезінде нүктенің жылдамдығы өзгермесе ( $\left| \vec{v} \right| = const$ ), онда қозғалыс *бірқалыпты* деп аталады. Бірқалыпты қозғалыс жолының теңдеуі

$$S = v \cdot t \quad (1.7)$$

Бірқалыпты емес қозғалыс кезінде нүктенің жылдамдығы шама бойынша және бағыты жағынан өзгереді, яғни уақытқа тәуелді болады. Жылдамдықтың шама бойынша модулі және бағыты бойынша өзгеру жылдамдығын сипаттайтын шаманы *үдеу* деп атайды.

*Орташа* үдеу

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

*Лездік* үдеу түсінігін енгізейік.

Лездік үдеу түсінігін енгізейік. Егер аз  $\Delta t$  уақыт аралығында нүкте жылдамдығы  $\vec{v}_1$ -ден  $\vec{v}_2$ -ге өзгерсе, онда жылдамдық өзгерісі  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  болады.

Лездік үдеу деп,  $\Delta t \rightarrow 0$  кезінде  $\Delta \vec{v} / \Delta t$  қатынасы ұмтылатын шекті айтады, яғни

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt} \quad (1.8)$$

(1.3) теңдікті есепке ала отырып

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d \vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

*Үдеу* - уақыт бойынша жылдамдық векторы бірінші туындысына тең, немесе радиус векторының уақыт бойынша алынған екінші туындысына тең векторлық шама. Түзу сызықты қозғалыс кезінде үдеу векторы нүкте қозғалатын түзу сызық бойымен бағытталған. Егер траектория жазық қисық болса, онда векторы траекторияның иілген жағына қарай бағытталған болады.

$\vec{a} = \text{const}$ , Жағдайында қозғалыс бірқалыпты айнымалы қозғалыс деп аталады.

Кез келген  $t$  уақыт кезіндегі жылдамдық  $d \vec{v} = a dt$ : қатынасын интегралдау арқылы анықтауға болады:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a \cdot dt,$$

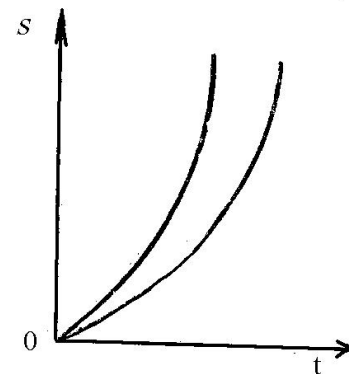
Мұндағы  $v_0$  - начальная скорость в момент времени  $t = 0$  кезіндегі бастапқы жылдамдық.

Бұдан

$$v = v_0 + at \quad (1.9)$$

(1.9) теңдеуінен бірқалыпты айнымалы қозғалыс кезінде жылдамдық уақыт бойынша сызықтық түрде өзгертіндігі көрінеді. Жылдамдықтың мәнін (1.6) теңдеуге қойып жолды табамыз

$$s = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2. \quad (1.10)$$



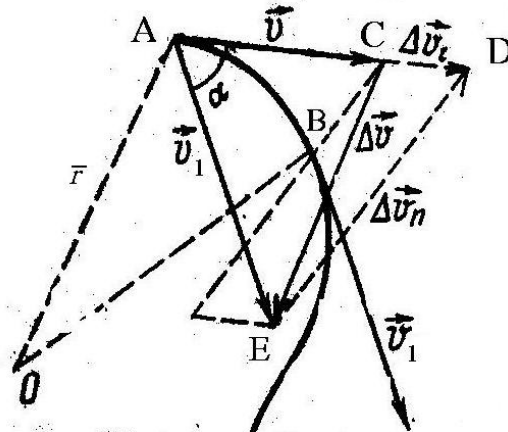
1.3-сурет

Бірқалыпты айнымалы қозғалыс кезіндегі нүктенің өткен жолы уақыттың функциясы болып табылады. Оның графигінің түрі үдеудің модулі мен таңбасына байланысты (1.3 – сурет) парабола болып табылады.

### Қисық сызық қозғалыс кезіндегі жылдамдық және үдеу

Жылдамдығы шама жағынан да, сол сияқты бағыты бойынша да өзгертін жазық траектория қозғалысының барлық бөліктері бір жазықтықта жатқан бірқалыпты емес қозғалысты тереңірек қарастырайық

(1.4 сурет)



$t$  уақыт кезінде  $A$  нүктенің жылдамдығы  $\vec{v}$ -ға тең.  $\Delta t$  уақыт ішінде қозғалушы нүкте  $B$  күйіне орын ауыстырады, және оның жылдамдығы  $\vec{v}_1$  болады, ол  $\vec{v}$  ға қарағанда шама жағынан да, бағыты жағынан да өзгеше.  $\Delta \vec{v}$  Жылдамдығының өзгерісі табайық. Ол үшін  $\vec{v}_1$  дің шамасын және бағытын сақтай отырып,  $B$  нүктесінен  $A$  нүктесіне ауыстырайық.

$\vec{v}$  және  $\vec{v}_1$  векторларының соңын қоссақ, онда  $\Delta \vec{v}$  жылдамдықтың айырымын аламыз.  $\Delta \vec{v}$  векторын екі құраушыға жіктейік. Ол үшін  $A$  нүктесінен жылдамдығының бағыты бойынша, модулі  $v_1$ -ге тең  $AD$  векторын салайық. Сонда  $CD$  кесіндісі  $\Delta t$  уақыт ішіндегі жылдамдықтың модуль бойынша өзгеру шамасын анықтайды. Оны  $\Delta v_\tau$  арқылы белгілейік. Демек,  $\Delta v_\tau = v_1 - v$ .  $\Delta \vec{v}$  векторының екінші құраушысы  $\Delta \vec{v}_n$ , деп белгілесек, ол сол  $\Delta t$  уақыт ішіндегі жылдамдықтың бағыты бойынша өзгерісін сипаттайды.  $\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}_\tau + \Delta \vec{v}_n$  Векторы екі құраушы вектордың қосындысын береді.

### Қозғалған нүктенің толық үдеуі

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t}. \quad (1.11)$$

### Үдеудің бірінші құраушысы

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \quad (1.12)$$

*Жанама* немесе *тангенциал* үдеу деп аталады, ол жылдамдық модулінен уақыт бойынша алынған бірінші туындысына тең, яғни уақыт бойынша жылдамдықтың өзгеру тездігін сипаттайды.

Үдеудің екінші  $a_n$  құраушысын табайық. Математика да кез келген біркелкі қисықтың аз ғана доғасын, қисықтың радиусы  $r$  кейбір деп аталатын шеңбер доғасымен алмастыруға болатына дәлелденеді.  $\Delta t \rightarrow 0$  кезінде  $B$  нүктесі  $A$  нүктесіне жақындайды, бірақ  $\Delta S$   $AB$  хордасынан аз ғана өзгешелігі болады.  $AOB$  және  $EAD$  үшбұрыштарының ұқсастығынан:

$$\frac{\Delta v_n}{AB} = \frac{v_1}{r}. \text{ Өйткені } AB = v \cdot \Delta t, \text{ онда}$$

$$\frac{\Delta v_n}{v \Delta t} = \frac{v_1}{r} \text{ немесе } \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v_1 v}{r}.$$

$\Delta t \rightarrow 0$  кезіндегі шегінде  $EAD$  бұрышы нольге ұмтылады, ал  $\vec{v}$  мен  $\vec{\Delta v}$  арасындағы бұрыш  $\frac{\pi}{2}$ -ға ұмтылады.  $\vec{\Delta v}_n$  және  $\vec{v}$  мұндағы  $\Delta S$ -AB доғасының ұзындығы.  $\Delta S = R \Delta \alpha$  болғандықтан,  $r$  мұндағы А нүктесіндегі траектория қисықтығының радиусы

$$a_n = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}. \quad (1.13)$$

(1.11) теңдеу бойынша материалдық нүктенің толық үдеуі нормаль үдеу мен тангенциалды үдеу қосындысына тең векторлық қосынды, яғни

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Толық үдеудің модулі

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2} \quad (1.14)$$

### Қатты дене кинематикасы.

#### Қатты дененің ілгерілемелі және айналмалы қозғалысы

Кез келген физикалық дене өлшем мен пішінге ие болады. *Абсолют қатты дене* - деп, деформацияланбайтын денені, немесе осы дененің екі нүктесін қосатын аралық қозғалыс кезінде тұрақты қалатын жағдайды айтады. Мұндай дене ілгерілемелі немесе айналмалы қозғалысқа қатынасуы мүмкін.

*Ілгерілемелі* қозғалыс деп, абсолют қатты дененің кез келген екі нүктесі арқылы жүргізілген түзу сызық кеңістіктегі орын ауыстыру кезінде өзіне өзі параллель болатындай жағдайды айтады. Бұл кезде осы түзу бойымен орналасқан нүкте және қатты дененің басқа нүктелері бірдей траекторияға, жылдамдыққа және үдеуге ие болады.

Бұл, қатты дененің ілгерілемелі қозғалысын сипаттау үшін, бүтіндей алғанда, оның қандай да бір нүкте қозғалысын білу жеткілікті деген сөз. Сондықтан, жоғарыда қарастырылған материалды нүктенің кинематикалық сипаттамасы бүтіндей алғанда және толығымен қатты дененің ілгерілемелі қозғалысын қолдануға әкеледі.

Айналмалы қозғалыс деп – абсолют қатты дененің барлық нүктелері әр-түрлі радиустардың бейнелейтін шеңбердің, центрі айналушы ось деп аталатын түзу бойнда жататын қозғалысты атайды

### **Айналмалы қозғалыс кинематикасы. Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу**

Радиусы  $R$  шеңбер бойымен қозғалған қатты дененің кейбір нүктесін қарастырайық.  $\Delta t$  уақыт өткеннен кейін оның күйі  $\Delta\varphi$  бұрышымен берейік. Шексіз аз айналу бұрышын вектор ретінде қарастырайық. Мұндай векторды бағыты бұранданың өткір ұшы бағытының ілгерілемелі қозғалыс бағытына сәйкес келеді, ал бұранданың басы нүкте қозғалысының шеңбер бойымен қозғалысына бағыттас болады, яғни бұрышының оң ережесіне бағынады.  $\left| \Delta \vec{\varphi} \right|$  векторының модулі  $\Delta\varphi$  айналу бұрышына тең болады.

Дененің айналу бұрышының уақыт бойынша бірінші туындысына тең векторлық шама бұрыштық жылдамдық деп аталады, яғни:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d \vec{\varphi}}{dt} . \quad (1.15)$$

$\vec{\omega}$  векторы айналу осі бойымен  $d \vec{\varphi}$  сияқты бағытталған

$$\vec{\omega} = \frac{d \vec{\varphi}}{dt} \quad (1.16)$$

Егер  $\omega = const$  болса, онда айналмалы қозғалыс *бірқалыпты* деп аталады.

$\varphi$  бұрышы  $d\varphi$  дан алынған интегралға тең, яғни

$$\varphi = \int d\varphi = \omega \int_0^t dt = \omega t . \quad (1.17)$$

Бірқалыпты айналмалы қозғалысты айналу периоды арқылы сипаттауға болады.

$T$  периоды-бұл толық бір айналуға ( $\varphi = 2\pi$ ) кеткен уақыт (1.17) өрнегінен



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.18)$$

немесе  $\omega = 2\pi n$ , (1.19)

Алынады, мұндағы  $n = \frac{1}{T}$  - дененің шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалысының уақыт бірлігі ішінде жасайтын толық айналу саны, ол айналу жиілігі деп аталады.

Дененің бірқалыпты емес айналу кезінде бұрыштық жылдамдықтың өзгеруін бұрыштық жылдамдықпен сипаттауға болады. Егер шексіз аз  $\Delta t$  уақыт ішінде дененің бұрыштық жылдамдығы  $\Delta\omega$  шамаға өзгерсе, онда бұрыштық үдеу дегеніміз

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d \vec{\omega}}{dt} . \quad (1.20)$$

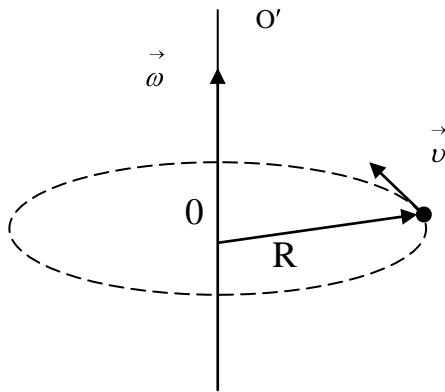
Дененің бұрыштық үдеуі бұрыштық жылдамдықтың уақыт бойынша алынған бірінші туындысына немесе айналу бұрышының уақыт бойынша алынған екінші туындысына тең шама.

Айналу кезінде абсолют қатты дененің барлық нүктелері бірдей бұрыштық жылдамдық пен бірдей бұрыштық үдеуге ие болады.

### **Бұрыштық және сызықтық жылдамдық векторлардың арасындағы байланыс**

Айналу  $O$  орталық нүктесінен айналушы нүктеге жүргізілген радиусы  $R$  шеңбер траекториясының арасындағы нүктенің орнын (1.5-сурет) анықтайық.

(1.5) суретінен көрініп тұрғандай  $\vec{v}$  векторы  $\vec{\omega}$  және  $\vec{R}$  векторларымен оң бұранда ережесі бойынша байланысқан.



Қозғалыстағы нүктенің сызықтық жылдамдығын келесі жолмен анықтауға болады.  $\Delta t$  уақыт ішінде қандай да бір айналушы нүктенің жүрген жолын шеңбер ұзындығы  $\Delta S = R\Delta\varphi$  мен өлшеуге болады, мұндағы  $R$  – шеңбер радиусы. Соңғы өрнектің екі жағында  $\Delta t$  бөліп,  $\Delta t \rightarrow 0$  кезінде шегімізде мынадай шама алынады

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$$

1.5-сурет

немесе  $v = \omega R$  (1.21)

яғни, нүкте айналу осінен неғұрлым қашық болған сайын, солғұрлым ол үлкен сызықтық жылдамдыққа ие болады.

Сызықтық жылдамдық модулі

$$|\vec{v}| = \omega R$$

Егер  $\vec{\omega}$  және  $\vec{R}$  векторлары өзара перпендикуляр болса, онда олардың векторлық көбейтіндісінің модулі

$$\left| \left[ \begin{matrix} \vec{\omega} & \vec{R} \end{matrix} \right] \right| = \omega R \sin 90^\circ$$

Соңғы екі өрнекті салыстырып, мынаны аламыз

$$\vec{v} = \left[ \begin{matrix} \vec{\omega} & \vec{R} \end{matrix} \right]. \tag{1.22}$$

Айналмалы қозғалыс кезіндегі нүктенің сызықтық жылдамдық векторы бұрыштық жылдамдық векторының нүктенің радиус-векторына көбейтіндісіне тең.

Тангенциалды үдеуді де сол сияқты бұрыштық үдеу арқылы өрнектеуге болады

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R \cdot \varepsilon$$

немесе векторлық түрде

$$\vec{a}_\tau = \begin{bmatrix} \vec{\omega} \times \vec{r} \\ \varepsilon R \end{bmatrix}. \quad (1.23)$$

Нормал үдеуді бұрыштық жылдамдық арқылы өрнектейміз

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega R. \quad (1.24)$$

Сонымен, біз ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың заңдылықтарын қарастырдық. Дененің кез келген күрделі қозғалысын ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарының жиынтығы ретінде қарастыруға болады.

Негізгі әдебиеттер: 2 (9-42 беттер)

10 (7-13 беттер)

Қосымша әдебиеттер: 49 (6-???) беттер)

50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

1. Материалдық нүкте дегеніміз не?
2. Санақ жүйесі деп нені айтамыз?
3. Орын ауыстыру векторы дегеніміз не?
4. Қандай қозғалыс ілгерілемелі және айналмалы деп аталады?
5. Орташа жылдамдық және орташа үдеу, лездік жылдамдық және лездік үдеу деп нені айтамыз?
6. Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу дегеніміз не?

1.2. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

### **МАТЕРИАЛДЫ НҮКТЕНІҢ ЖӘНЕ ҚАТТЫ ДЕНЕНІҢ ДИНАМИКАСЫ**

Динамика – денелердің қозғалыс заңдары және қозғалысты тудыратын және өзгертетін себептерді зерттейтін механиканың бөлімі.

Динамиканың негізінде көптеген тәжірибелік мәліметтерді қорыту нәтижесінде алынған Ньютонның үш заңы жатыр.

Ньютонның бірінші заңы: барлық дене оған басқа денелер жағынан әсер етіп оның күйін өзгерткенге дейін, ол тыныштық күйін немесе өзінің бірқалыпты қозғалысын сақтайды.

Денелердің тыныштық күйін немесе бірқалыпты қозғалысын сақтау мүмкіншілігін инерттілік деп атайды. Инерттіліктің өлшемі ретінде масса деп аталатын физикалық шама алынады. Массасы үлкен дене үлкен инерттілікке ие болады.

Массаны қалай өлшейді? Ол үшін дененің берілген массасын бірлік үшін алынған массамен салыстырады. СИ жүйесінде масса өлшемі үшін

кг алынады. Оның массасы таза судың температурасы  $4^{\circ}\text{C}$  кезіндегі 1000 см<sup>3</sup> массаға жақын шама алынады.

Ньютонның бірінші заңы орындалатын санақ жүйесі инерциалды деп аталады. Ньютонның бірінші заңының өзі инерция заңы деп аталады.

Ньютонның екінші заңы: күштің әсері арқылы алатын дененің үдеуі осы күштің шамасына тура пропорционал және дене массасына кері пропорционал болады, яғни

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (2.1)$$

Күш – бұл денеге басқа денелер жағынан немесе өрістер жағынан механикалық әсерлердің өлшемі болып табылатын векторлық шама. Күштің әсерінен дене үдеу алады немесе өзінің мөлшерін және пішінін өзгертеді, яғни деформацияланады.

СИ жүйесінде күштің өлшемі – Ньютон ( $H$ ). 1 Ньютон – күш әсерінің бағыты бойынша массасы 1 кг денеге 1 м/с<sup>2</sup> үдеу беретін күш:

$$1H = 1\text{кг} \cdot 1\text{м/с}^2$$

Ньютонның екінші заңын басқа жалпы түрдегі өрнегінде беруге болады. Ол үшін үдеу  $a = d^2v / dt^2$  екендігін еске түсірейік. Сонда (2.1) өрнегі келесі түрге келеді:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ньютон механикасында дене массасы тұрақты шама деп есептеледі, дене қозғалысына күйіне тәуелсіз, сондықтан (2.1) теңдеуінде оны дифференциал таңбасының ішіне енгізуге болады

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (2.2)$$

$m\vec{v} = \vec{p}$  векторы импульс деп аталады немесе (дененің қозғалыс мөлшері), ал  $d(m\vec{v}) = d\vec{p}$  -вектор импульстің элементар өзгерісін көрсетеді.

(2.2) теңдеуін басқа түрде берейік:

$$d(m\vec{v}) = \vec{F} dt$$

немесе 
$$d\vec{p} = \vec{F} dt \quad (2.3)$$

$\vec{F} dt$  векторы аз аралық уақыт ішіндегі элементар күш импульсы деп аталады.

(2.3) теңдеу динамикасының негізгі заңдарының бірі болып табылады: дене импульсының элементар өзгерісі оған әсер ететін күштің элементар импульсына тең. Мұндағы  $\vec{F}$  дененің денеге әсер ететін барлық күштердің қорытқы күшіне **тең** болып табылады, яғни:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

(2.3) теңдігін мына түрде жазуға болады:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2.3a)$$

Соңғы өрнек Ньютонның екінші заңының жалпы түрі: материалды нүктенің импульсының өзгеру жылдамдығы оған әсер ететін күшке тең. (2.3) өрнегі материалды нүктенің қозғалыс теңдеуі деп аталады.

Ньютонның үшінші заңы: бір дененің екінші денеге әсері- өзара сипатта болады, өзара әсер етуші күштер модулі бойынша тең, және бағыты бойынша қарама-қарсы болады, яғни

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (2.4)$$

Бұл күштер әртүрлі денелерге түсірілген.

### Үйкеліс күші

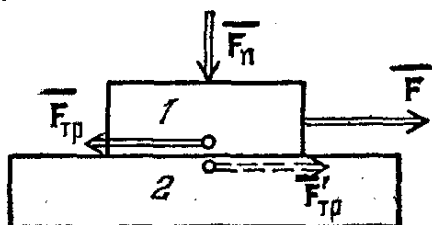
Бір-біріне қатысты жанасқан денелердің немесе олардың бөліктерінің орын ауыстыру кезінде үйкеліс күштері пайда болады. Кез келген дене, екінші дененің горизонтал бетімен қозғалған кезде, егер оған басқа дене әсер етпесе, өзінің қозғалысын баяулатады, ал содан тоқтайды. Бұл құбылысты *үйкеліс күшінің* пайда болуымен түсіндіруге болады.

Үйкелістің екі түрі бар: бірі-сыртқы, екіншісі ішкі. Екі жанасатын дененің салыстырмалы орын ауыстыру кезіндегі үйкелісті *сыртқы үйкеліс* деп атайды. Егер жанасатын денелер бір-біріне қатысты тыныштықта болса, онда *тыныштық үйкелісі* жайлы айтуға болады. Егер денелер орын ауыстырса, онда *сырғанау үйкелісі және дөңгелеу үйкелісі* пайда болады.

*Ішкі үйкеліс* – тұтас бір дененің бөліктерінің арасындағы (мысалы сұйықтар немесе газдар) үйкеліс болып табылады.

*Сыртқы үйкелістің* пайда болу себебі, беттердің кедір-бұдыр болуынан болады; егер беттер өте тегіс болса, онда үйкеліс күштері сырғанау жылдамдығына байланысты болады. (2.6)-суретте горизонтал күш түсірілген дене кескінделген.

Бұл күш бағытындағы дене қозғалысы  $\vec{F} > \vec{F}_{mp}$  болғанда ғана болуы мүмкін. Үйкеліс күші әрқашан жанасатын



беттерге жанама бойынша бағытталған, сондықтан бұл беттердің салыстырмалы жылжуына қарама-қарсы болады.

Француз физиктері Т.Амантон және Ш.Кулон тәжірибеде мынадай заң тағайындалады: *сырғанау үйкелісінің күші үйкелетін беттердің ауданына байланысты болады, бір-біріне үйкелісе қосылатын беттердің нормалі қысымына күшіне  $N$  пропорционал болады*

2.6 сурет 
$$F_{mp} = f \cdot N, \quad (2.39)$$

Мұндағы  $f$  – жанасатын беттердің қасиеттеріне байланысты боларын сырғанау үйкелісінің коэффициенті.

Коэффициенттің мәнін былай анықтауға болады 2.7-сурет. Бұрышы  $\alpha$  болатын көлбеу бетке қойылған дене,  $\vec{P}$  - ауырлық күшінің  $\vec{F}$  құраушысы  $\vec{F}_{y\ddot{u}i}$  үйкеліс күшінен артық болғанда ғана қозғала алады. Сондықтан шекті жағдайда дене жылжуының басталуы  $\vec{F} = F_{y\ddot{u}i}$  болады,

Немесе

$$P \sin \alpha_0 = fN = fP \cos \alpha_0$$

бұдан

$$f = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

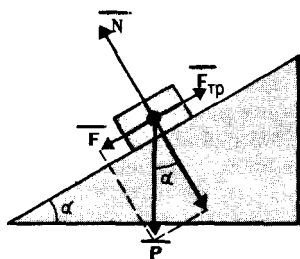
Сонымен, көлбеу бетпен жылжи алатын дене қозғалысының басталу кезінде үйкеліс коэффициент  $\alpha_0$  тангенс бұрышына пропорционал болады.

Өте тегіс беттер үшін молекулааралық тартылыс басты рольді анықтайды. Сондықтан Б.В.Дерягин сырғанау үйкелісінің заңын ұсынды:

$$F_{y\ddot{u}k} = f_{шын} (N + Sp_0)$$

мұндағы  $p_0$  – молекулааралық тартылыс күштерінің әсерінен пайда болатын қосымша қысым, ол бөлшектер арасындағы қашықтықтың артуына байланысты кемиді;  $S$ -денелер арасындағы жанасу ауданы,  $f_{шын}$  - сырғанау үйкелісінің нақты (шын) коэффициенті.

Үйкеліс табиғатта және техникада үлкен орын алады. Үйкелістің нәтижесінде транспорт қозғалады, қабырғаға енгізілген шеге ұсталып тұрады және т.б.



2.7 сурет

Кейбір жағдайларда үйкеліс зиянды әсер жасайды, сондықтан оларды азайту керек. Ол үшін үйкелістегі беттерге май жағады осы кезде үйкеліс 10 рет азаяды. Май бұл беттер арасындағы тегіс емес орындарды толтырады, соның нәтижесінде беттер бір-бірімен жанаспай жылжиды. Сонымен қатты дененің сыртқы үйкелісі сұйықтың ішкі үйкелісінен ауыстырады

Үйкеліс күшін кемітудің екінші тәсілі сырғанауды тербелу үйкелісімен алмастыру болып табылады.

Тербелу үйкелісінің күшін Кулон заңы бойынша анықтауға болады

$$F_{mp} = f_k \frac{N}{r}, \quad (2.40)$$

Мұндағы  $r$  – дөңгелейтін дененің радиусы  $f_k$  – үйкелісінің коэффициенті.

### Қатты дененің деформациясы.

#### Гук заңы

Барлық нақты денелер сыртқы күштің әсерінен өзінің өлшемін және пішінін өзгертеді, яғни *деформацияланады*. Деформация серпімді және серпімсіз болып екі түрге бөлінеді.

Егер денелердің сыртқы күштерінің әсері тоқтағаннан денелердің алғашқы бірінші мөлшері мен пішінін қабылдауы *серпімді* деформация деп аталады.

Егер сыртқы күштердің әсері тоқтағаннан кейін деформация сақталса, онда олар *пластикалық* (немесе қалдықты) деформация деп аталады. Егер деформация аз болса, онда оларды ескермеуге болады.

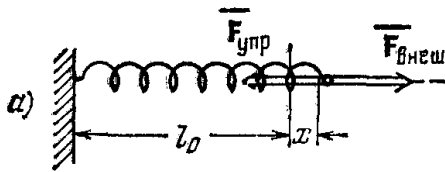
Серпімді деформацияның әр түрлі түрлері бар: *сығылған немесе созылған, жылжу, иілу, дөңгелеу* болып бөлінеді. Серпімділік теориясында деформацияның барлық түрлері бір кезде болатын созылу және сығылу және жылжу деформацияларына келтіріледі.

Егер қатты денеге сыртқы созу немесе сығу күштерін берсек, онда атомдар арасындағы қашықтық артады немесе кемиді, яғни олардың кристалдарындағы тепе – теңдік орны бұзылады. Бұл атомдарда бірінші тепе-теңдік күйіне келтіруге тырысатын қатты денедегі ішкі күштердің білінуіне әкеледі. Бұл күштер *серпімділік күштері* деп аталады. Денедегі пайда болған серпімді күштер денеге берілген күштерді теңестіреді. 2.8 – суретте сыртқы  $\overline{F}_{сырт}$  күштің әсерінен  $X$  шамаға созылған серіппе көрсетілген. Бұл күш Ньютонның үшінші заңы бойынша  $\overline{F}_{серп}$  серпімді күшіне тең, оның бағыты  $\overline{F}_{сырт}$  күшке қарама-қарсы. Ұзындығы, көлденең қимасының ауданы, ал оның екі ұшына ось бойымен әсер ететін  $\vec{F}_1$  және  $\vec{F}_2$  күштері түсірілген  $F_1 = F_2 = F$  желіні (стерженьді) қарастырайық (2.9-сурет). Нәтижесінде желі ұзындығы  $\Delta \ell$  шамасына өзгереді. Созылу кезінде  $\Delta \ell$  оң, ал сығылу кезінде  $\Delta \ell$  теріс мәнді қабылдайтыны табиғи нәрсе.

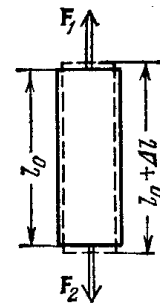
. Көлденең қима аудан бірлігіне келетін күш кернеу деп аталады:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (2.39)$$

Егер күш бетке тік қалып бойынша бағытталса, онда кернеу қалыпты деп, ал бетке жанама бойынша бағытталса оны тангенциалды деп атайды.



2.8-сурет



2.9-сурет

Сыналған дененің деформация дәрежесін сипаттайтын сандық мөлшері: салыстырмалы деформация болып табылады. Осылай желі ұзындығының салыстырмалы өзгерісі (бойлық деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad (2.40)$$

салыстырмалы көлденең созылу сығылу

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$$

мұндағы  $d$ - желі ұзындығы.

$\varepsilon$  және  $\varepsilon'$  деформациялары әрқашан әртүрлі таңбаларға ие созылу кезінде  $\Delta \ell$  – оң, ал  $\Delta d$  – теріс, сығылу кезінде  $\Delta \ell$  – теріс, ал  $\Delta d$  – оң болады.

Тәжірибеден  $\varepsilon$  және  $\varepsilon'$  өзара байланысы шығады:

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon$$

мұндағы  $\mu$  – материал қасиеттеріне байланысты Пуассон коэффициенті деп аталатын оң коэффициент.



Ағылшын физигі Р.Гук: аз деформация үшін салыстырмалы ұзару  $\varepsilon$  және  $\sigma$  кернеу бір-біріне пропорционал болатындығын экспериментал түрде тағайындады:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2.41)$$

мұндағы  $E$  пропорционалдық коэффициент Е–Юнг модулі деп аталады. Осы (2.41) өрнектен:

*Юнг модулі* деп, шамасы бірге тең салыстырмалы ұзаруды тудыратын кернеумен анықталатын шаманы айтады.

(2.40), (2.41) және (2.39) өрнектерінен мынадай теңдеу шығады

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E \cdot S}$$

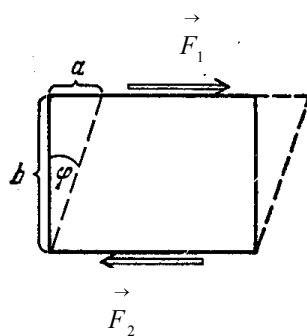
немесе

$$F = \frac{ES}{\ell} \Delta \ell = k \Delta \ell, \quad (2.42)$$

мұндағы  $k$ –серпімділік коэффициенті.(2.42) өрнегі де Гук заңын бере алады, яғни серпімді деформация кезінде желінің ұзаруы желідегі әсер етуші күшіне пропорционал болады .

Қатты дененің деформациясының Гук заңына бағынуы белгілі шекке дейін болады, яғни деформацияны тудыратын күш серпімділік шегі деп аталатын әр нақты дене үшін анықталған күштен артық болмауы керек.

Қысқаша түрде жылжу деформациясын қарастырайық.Ол үшін тік төртбұрышты параллелипiped пішінді дененің қарама-қарсы қырлары бойынша әсер ететін күштерді қарастырайық.



2.10-сурет

Әсер етуші күштердің бірқалыпты қыр беттері бойынша қырларға параллель әсер күштері тангенциалды кернеуді тудырады, яғни

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (2.43)$$

мұндағы  $S$ –қырлардың ауданы. Кернеулердің әсерімен бір қыры екінші қырымен салыстырғанда белгілі қашықтыққа жылжиды. Егер денені сыртқы қырларына параллель етіп, ойша бірнеше элементар шамаларға бөлсек, онда оның әрбір қабаты көрші қабағымен салыстырғанда белгілі шамаға жылжиды. Сондықтан мұндай деформация жылжу деформациясы деп аталады.

Салыстырмалы деформация келесі өрнектен анықталады

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta S}{G} \quad (2.44)$$

Серпімді деформация кезінде  $\varphi$  бұрышы өте аз шама, сондықтан салыстырмалы жылжу да аз болады.

Тәжірибе салыстырмалы жылжудың тангенциалды кернеуге пропорционал болатындығын көрсетеді

$$\operatorname{tg} \varphi = k \sigma$$

мұндағы  $k$ –материалдың қасиетіне байланысты жылжу модулі.

Юнг модулі және жылжу модулі Паскаль  $\left( 1 \text{Па} = \frac{1 \text{Н}}{1 \text{м}^2} \right)$  бойынша өлшенеді.

## Ньютон заңдарын қолдану нәтижесі

### Импульстің сақталу заңын ракета қозғалысын есептеуге қолдану

Айталық  $t$  уақыт кезіндегі ракета массасы  $m$  және  $v$  жылдамдығы болсын делік. Осыған сәйкес импульсы  $p = m v$  болады.

$(t+dt)$  уақыты мезетінде ракета массасы  $dm$ -ге, яғни шығарылатын газ массасына тең (отынның жануына) болады, ал оның жылдамдығы  $dv$  ға артады. Осы кездегі импульс

$$(m - dm)(v + dv) + U dm$$

Мұндағы  $U$  – газдың ағыс жылдамдығы.

Сонымен,  $dt$  уақыт кезіндегі импульстің өзгерісі олардың айырымы ретінде анықталады яғни:

$$\Delta p = (m - dm)(v + dv) + U dm - m v \quad (3.8)$$

$dm dv$  ны есепке алмай шексіз аз шама деп жақшаны ашсақ, онда

$$\Delta p = (U - v) dm - m dv$$

(3.2) өрнегі бойынша, импульстің өзгерісі жүйеге әсер ететін сыртқы күшке тең:

$$(\overline{U - v})dm + m d\overline{v} = \overline{F} dt$$

$dt$  шамасына бөлсек, онда мына түрге келеді

$$m \frac{d\overline{v}}{dt} = \overline{F} - (\overline{U - v}) \frac{dm}{dt} \quad (3.9)$$

бұл өрнек массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуі болып табылады, ол Мещерский теңдеуі деп аталады. Егер  $F_p = -(\overline{U - v}) \frac{dm}{dt}$  белгісін енгізсек, онда (3.9) мына түрге келеді:

$$m \frac{d\overline{v}}{dt} = \overline{F} + F_p \quad (3.10)$$

мұндағы  $F_p$  – қозғалған денеден  $dm$  массасының бөлінуімен түсіндірілетін реактивті күш. (3.10) теңдеуінен, берілген жағдайдағы қорытқы күш  $F_p$  реактивті күштердің және барлық сыртқы қорытқы күштердің векторлық қосындысына тең болатындығы көрінеді.

Егер денеге сыртқы күш әсер етпесе ( $F_p = 0$ ) немесе оның шамасы  $\overline{F} \ll \overline{F}_p$  болса, онда (3.10) өрнегі мынадай түрге келеді:

$$m \frac{d\overline{v}}{dt} = -(\overline{U - v}) \frac{dm}{dt} \quad (3.11)$$

Теңдікті  $dt$ -ға қысқартып айнымалы шамаларды бөліп және  $c = (\overline{U - v})$  белгісін жасап, мұндағы  $c$  – салыстырмалы жылдамдық деп атасақ, онда

$$d\overline{v} = -c \frac{dm}{m} \quad (3.12)$$

Теңдігі алынады.

Қозғалыстың бастапқы  $t=0$  кезеңінде  $v=0$  және масса  $m_0$  болса, онда соңғы кезеңде жылдамдық  $v$  және масса  $m$  болады. (3.12) өрнегін интегралдасақ, онда теңдеу мына түрге келеді:

$$v = c \ln \frac{m_0}{m} \quad (3.13)$$

Бұл өрнекті 1903 жылы Циолковский ашқан, сондықтан Циолковский теңдеуі деп аталады.

Осы теңдеу арқылы ракетаның жеткен соңғы жылдамдығы бағалануы мүмкін. Ракетаның салыстырмалы жылдамдығы  $c=3 \text{ км/с}$ , ал оның қорабының соңғы массасы  $m \leq 0.1m_0$  болатындай етіп ракета жасалынады. Сондықтан

$$v_{\max} = 3 \ln 10 = 3 \cdot 2,3 \cdot \lg 10 \cong 7 \text{ км/с}$$

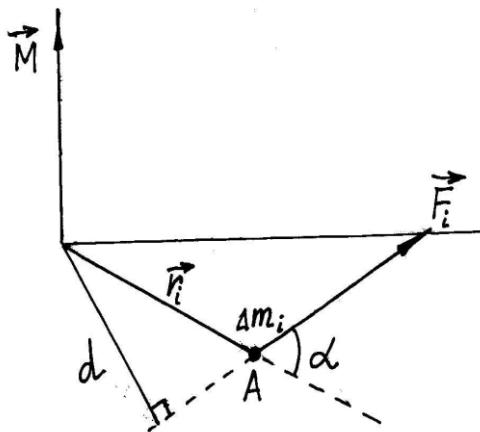
бұл Жер серіктерін орбитаға шығару үшін жеткіліксіз өйткені,  $v_{\max} < v_1$  мұндағы  $v_1$  – бірінші космостық жылдамдық. Осымен байланысты Циолковский көп сатылы ракетаны пайдалануды ұсынды. Мұндай ракеталарда әрбір сатылар ракетада толық жанған заттан кейін бөлінеді, бұл кезде ракетаның жалпы массасы азаяды, соның есебінен ракета жоғарғы жылдамдыққа жетеді. Космос кемелерін ұшыру үшін үш сатылы ракеталар пайдаланылады.

### Қатты дененің айналмалы қозғалысының динамикасы

Импульс моменті

$$M_i = F_i \cdot d \quad (2.24)$$

Денені айналдыру үшін немесе оның айналу жылдамлығын өзгерту үшін осы өстен айналу моменті нольден өзгеше күш болуы қажет (2.4 – суретте) айналу өсі сурет жазықтығына перпендикуляр О нүктесі арқылы өтеді.  $F_i$  Күшін  $F_{i\tau}$  тангенциал және  $F_{in}$  нормал құраушыларға жіктейміз моменті нольден бөлек  $F_i$  –күші болады (оның иіні ретінде шеңбер радиусы  $r_i$  болып табылады.



2.4-сурет

Сондықтан

$$M_i = F_i r_i \sin \alpha \quad (2.25)$$

2.4-суреттен .Демек (2.24) теңдеуден

$$M_i = F_i r_i \sin \alpha . \quad (2.26)$$

Күш моменті -өстік вектор, оның бағыты оң бұранда ережесі бойынша анықталады.(2.24) қатыс  $F_\tau$  күш моментінің мәнін анықтайды, сондықтан оны векторлық түрде былай жазуға болады

$$\vec{M}_i = \left[ \vec{r}_i \vec{F}_i \right]. \quad (2.27)$$

*О нүктесіне қатысты күш моменті – О нүктесінен күшке  $\vec{F}$  дейінгі жүргізілген радиус вектор мен күштің векторлық көбейтіндісі арқылы анықталатын физикалық шама.* Масса элементтің шеңбер арқылы қозғалысы тангенсиал құраушы  $F_i$  дің әсерімен болатындықтан, оның мәні  $F_i$  арқылы емес, ал оның  $F_\tau$  құраушысы арқылы болады.

$\Delta m_i$  масса элементі  $F_\tau$  құраушы күштің әсерінен радиусы  $r_i$  шеңбермен қозғала отырып  $a_\tau$  үдеуін туғызады. Ол (2.4) суретте пунктирмен белгіленген.

Ньютонның екінші заңы бойынша

$$F_\tau = \Delta m_i a_\tau$$

Бұл теңдіктің екі жағында  $r_i$  көбейтіп және сызықтық үдеуді бұрыштық  $\varepsilon$  үдеу арқылы белгілесек, онда

$$F_\tau r_i = \Delta m_i r_i^2 \varepsilon \quad (2.28)$$

Теңдіктің сол жағы (2.25) бойынша  $M_i$  күш моменті (2.28) теңдігін векторлық түрде жазайық

$$\vec{M}_i = \Delta m_i r_i^2 \vec{\varepsilon} . \quad (2.29)$$

Материалды нүктенің массасын оның өстен айналу қашықтығының квадратына көбейтіндісі  $\Delta m_i r_i^2$  материалды нүктенің осы оське қатысты инерция моменті деп аталады және оны  $J_i$  арқылы белгілейміз

$$J_i = \Delta m_i r_i^2. \quad (2.30)$$

Денені құраушы барлық масса элементтеріне түсірілген айналушы моменттерді қосып табатынымыз

$$\sum \vec{M}_i = \varepsilon \sum \Delta m_i r_i^2 \quad (2.31)$$

Мұндағы  $\vec{M} = \sum \vec{M}_i$  денеге түсірілген күш моменттерінің қосындысы. Берілген дене және айналу осі үшін қосынды

$$\sum \Delta m_i r_i^2 = \sum J_i = J \quad (2.32)$$

Тұрақты шама: оны берілген оське қатысты дененің инерция моменті деп атайды.

Егер денені массасы  $dm$  болатын шексіз аз элементар бөлшектерге бөлсек, онда (2.32) қосындысы интегралға ауысады

$$J = \int_V r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV$$

мұндағы  $\rho$  – дене тығыздығы, ал  $V$  – оның көлемі.

Егер дене кез келген ось арқылы айналған жағдайда оның инерция моментін Штейнер теоремасы арқылы анықталады:

Кез келген оське қатысты дененің инерция моменті ( $J$ ) осы оське параллель және масса центрі арқылы өтетін оське қатысты дененің инерция моментін ( $J_c$ ) осы осьтер ара қашықтығының квадратын дене массасына көбейтіп қосқанға тең:

$$J = J_0 + ma^2, \quad (2.33)$$

мұндағы  $a$  -осьтер арасындағы қашықтық,  $J_0$  -масса центрі арқылы өтетін инерция моменті,  $m$ —денелер массасы.

(2.31) теңдеуін мынадай түрде жазуға болады:

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon} \quad \text{немесе}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J} \quad (2.34)$$

Бұл өрнек қатты дененің айналмалы қозғалысы динамикасының негізгі теңдеуін өрнектейді. (2.34) қатысын  $\vec{F} = m \vec{a}$  теңдеуіне ұқсастығынан айналушы дене үшін берілген Ньютонның екінші заңы деп атауға да болады.

Бұл заң былай айтылады: айналушы дененің бұрыштық үдеуі денелерге түсірілген күш моменттерінің қосындысына тура пропорционал, ал дененің айналу осіне қатысты инерция моментіне кері пропорционал болады.

Енді айналу осіне қатысты дененің инерция моменті тұрақты ( $J = const$ ) болса, онда (2.34) өрнегін былай жазуға болады:

$$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(J\vec{\omega}). \quad (2.35)$$

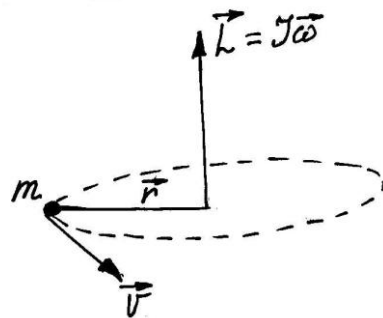
$$J\vec{\omega} = \vec{L} \quad (2.36)$$

(2.36) көбейтіндісін дененің айналу осіне қатысты импульс моменті деп атайды. Сонымен, берілген оське қатысты айналудың бұрыштық жылдамдығына көбейтіндісін айтамыз.  $\vec{L}$  мен  $\vec{\omega}$  векторларының бағыттары сәйкес келеді.

Массасы  $m$  материалды нүктенің импульс моменті:

$$L = mr^2\omega = mr^2 \frac{v}{r} = mvr \quad (2.37)$$

мұндағы  $r$ —дөңгелектік траекторияның радиусы,  $v$ —материалды нүктенің сызықтық жылдамдығы (2.5 сурет)



2.5-сурет

$\vec{J} \vec{\omega} = \vec{L}$  екендігін ескеріп және (2.35) теңдеуіне қарап (2.36) өрнегін былай жазуға болады:

$$\vec{M} = \frac{d \vec{L}}{dt}. \quad (2.38)$$

Бұл айналмалы дене динамикасының негізгі теңдеуінің жалпы түріндегі жазылуы. Айтылуы: айналушы дененің импульс моментінің өзгеру жылдамдығы осы денеге әсер ететін импульс моменттерінің қосындысы арқылы анықталады.

Негізгі әдебиеттер: 2 (46-72 беттер)

10 (7-13 беттер)

Қосымша әдебиеттер: 49 (6-???) беттер)

50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

1. Инерциалды санақ жүйесі дегеніміз не?
2. Күш дегеніміз не? Оны қалай сипаттауға болады?
3. Ньютонның үш заңын сипаттап, ол заңдардың арасындағы байланысын табыңыз?
4. Үйкелістің физикалық мәні неде?
5. Механикалық жүйе дегеніміз не?
6. Тұйық жүйе дегеніміз не?
7. Штейнер теоремасы.

1.3. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

## МЕХАНИКАДАҒЫ САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫ

Тұйық механикалық жүйелер үшін уақыт бойынша өзгермейтін үш физикалық шамалар импульс, энергия және импульс моменті. Осымен сәйкес үш сақталу заңдары бар:

–импульстің сақталу заңы

–энергияның сақталу заңы

–импульс моментінің сақталу заңы

Импульс, энергия және импульс моменті аддитивті шамалар екенін айтуымыз керек, яғни бөліктерден құралатын жүйелер үшін олардың мәндері жеке әрбір жүйе мәндерінің қосындысына тең.

Қазіргі көзқарастарға сәйкес, сақталу заңдары түбегейлі қасиеттермен тығыз байланысқан, яғни кейбір түрлендірулер кезінде физикалық заңдардың түрлері өзгермейді. Бұл түрлендірулер түбегейлі симметриялық түрлендірулер деп аталады.



Импульстің сақталу заңы кеңістіктің біртектілік салдары болып табылады. Ол біртектілік құбылысы кеңістіктің берілген аймағында өтетін құбылыс өзгеріссіз екінші орнында да болуы мүмкін екендігінде. Бұл кезде құбылыс жүрісін тудыратын факторлар жиынтығы өзгеріссіз болуы мүмкін. Денені бүтіндей тұйық жүйе кеңістігінде параллель көшіру кезінде оның физикалық қасиеттері және қозғалыс заңдары өзгермейді, яғни инерциалды санақ жүйесіндегі координаттың бас күйін таңдауға тәуелсіз болады. Кеңістіктің біртектілік қасиеттері Жердің әртүрлі лабораторияларында өткізілетін бірдей тәжірибелердің нәтижелерін салыстыруға мүмкіндік береді.

Энергияның сақталу заңдарының негізінде уақыттың біртектілігі жатыр, яғни барлық уақыт мезеттерінің бір мәнділігі және санақтың бас нүктесін таңдауға қатысты симметриялылығы. Бөлшектің координаттары мен жылдамдықтары тұрақты болған кезінде, жүйенің механикалық қасиеттері,  $t_1$  уақыт мерзімін  $t_1$  уақыт мерзімімен ауыстырғанда да өзгермейді. Осындай ауыстырудан кейін бөлшектің жылдамдық координаты кез келген ( $t_2=t$ ) уақыт мезетіндегі қандай мәнге ие болса, онда ( $t_1=t$ ) уақыт мезетінде де сондай мәндерге ие болады. Уақыт бойынша өзгермейтін сыртқы шарттарда тұрған жүйе үшін заң орындалады.

Импульс моментінің сақталу заңы кеңістіктің изотроптылығы салдарынан болып табылады. Изотропты кеңістікте ерекше қасиеттерге ие болатын таңдалған бағыттар болмайды. Бүтін ретіндегі тұйық жүйенің бұрылуы оның механикалық қасиеттері өзгертпейді, сондықтан кез келген бағытқа бұруға болады. Осындай бұрылу кезінде барлық процестер бұрылуға дейінгі жағдайда өтеді. Координат өстерінің бұрылуға қатысты симметриясы дегеніміз физикалық кеңістіктің барлық нүктелері эквивалентті, ал кеңістіктің өзі изотропты. Егер күшті физикалық өріс әсер етпесе, изотропты және біртекті деп аталады.

Қарастырылған сақталу заңдары түбегейлі заңдар болып табылады. Олар макроскопиялық денелермен, кванттық құбылыстардағы микробөлшектермен, Ньютон механикасындағы және релятивтік механикада өтетін механикалық құбылыстарда бірдей қатаң түрде орындалады.

Бұдан әрі керек болатын кейбір ұғымдарды енгізейік.

Механикалық жүйе деп бүтін түрінде қарастыратын материалды нүктелердің (денелердің) жиынтығын айтамыз.

Ішкі күштер деп, механикалық жүйенің нүктелер арасындағы әсер ететін күштерді айтады.

Сыртқы күштер деп, жүйенің материалды нүктелеріне әсер ететін сыртқы денелердің күшін айтады.

Тұйық (немесе изоляцияланған) жүйе деп сыртқы күштер әсер етпейтін механикалық жүйені айтады.

### 3.1. Импульстің сақталу заңы. Масса центрі.

Жүйенің масса центрі немесе инерция центрі дегеніміз орны  $\bar{r}$  радиус – вектор арқылы анықталатын жорамал  $C$  нүкте.  $\bar{r}_u$  радиус – вектор жеке материалды нүктелердің радиус – векторлары  $r_1, r_2, \dots, r_n$  арқылы сипатталады:

$$\bar{r}_u = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + \dots + m_n \bar{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{m}$$

мұндағы  $m_i$  – бөлшектің массасы,  $r_i$  -інші бөлшектің орнын анықтайтын радиус-вектор,  $m$  - жүйенің массасы.

Декарт координат жүйесінде масса центрінің орнын табу үшін  $r_u$  – радиус векторды координат осьтеріне проекциялаймыз:

$$X_u = \frac{\sum m_i X_i}{m}, \quad Y_u = \frac{\sum m_i Y_i}{m}, \quad Z_u = \frac{\sum m_i Z_i}{m}$$

Біртекті ауырлық күш өрісінде масса центрі жүйенің ауырлық центрімен сәйкес келеді.

Жоғарғы өрнекті уақыт бойынша дифференциалдасақ масса центрінің жылдамдығын табамыз.

$$\bar{v}_u = \frac{d\bar{r}_u}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\bar{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum m_i v_i = \frac{1}{m} \sum p_i = \frac{\bar{p}}{m}$$

Осы өрнектер бойынша  $m \frac{d\bar{v}_u}{dt} = \bar{F}$  немесе,  $m \bar{a}_u = \bar{F}$  массалары,  $m_1, m_2, \dots, m_n$  жылдамдықтары,  $v_1, v_2, \dots, v_n$   $n$  материалды нүктелерден құралатын жүйені қарастырайық.

Массасы  $m_1$  нүктеге басқа  $\bar{F}_{12}, \bar{F}_{13}, \dots, \bar{F}_{1n}$  нүктелер жағынан әсер күштерді  $\bar{F}_{12}, \bar{F}_{13}, \dots, \bar{F}_{1n}$  арқылы, ал массасы  $m_2$  нүктеге әсер ішкі күштерді  $\bar{F}_{21}, \bar{F}_{22}, \dots, \bar{F}_{2n}$  арқылы және т.б. белгілейік. Жүйеге бұл ішкі күштерден басқа

сыртқы күштердің қорытқы сәйкес күштері  $\overline{F_1, F_1, \dots, F_n}$  әсер етсін деп ұйғарайық.

Осындай жүйе үшін. Ньютонның екінші заңын жазайық:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(m_1 \overline{v_1}) &= (\overline{F_{12}} + \overline{F_{13}} + \dots + \overline{F_{1n}}) + \overline{F_1} \\ \frac{d}{dt}(m_2 \overline{v_2}) &= (\overline{F_{21}} + \overline{F_{22}} + \dots + \overline{F_{2n}}) + \overline{F_2} \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d}{dt}(m_n \overline{v_n}) &= (\overline{F_{n1}} + \overline{F_{n2}} + \dots + \overline{F_{nm-1}}) + \overline{F_n} \end{aligned} \quad (3.1)$$

(3.1) теңдеулерін мүшелеп қосайық. Ньютонның үшінші заңы бойынша ішкі күштер өзара тең болғандықтан ( $\overline{F_{12}} = -\overline{F_{21}} = -\overline{F_{31}}$  және т.б.)

$$\frac{d}{dt}(m_1 \overline{v_1} + m_2 \overline{v_2} + \dots + m_n \overline{v_n}) = \overline{F_1} + \overline{F_2} + \dots + \overline{F_n} \text{ немесе}$$

$$\frac{d}{dt}(\sum_{i=1}^n m_i \overline{v_i}) = \overline{F} \quad (3.2)$$

мұндағы  $\sum_{i=1}^n m_i \overline{v_i} = \overline{p}$  – жүйенің толық импульсы, ал  $\overline{F} = \sum_{i=1}^n \overline{F_i}$  – барлық сыртқы күштердің қорытқы күші (3.2) теңдігін былай жазамыз:

$$\frac{d \overline{p}}{dt} = \overline{F}$$

(3.2)

яғни дене жүйесінің өзгеру импульсы барлық сыртқы күштердің қорытқы күштеріне тең.

Егер жүйе тұйық болса (яғни сыртқы күштер болмаған кезде), онда

$$\frac{d \overline{p}}{dt} = \sum \frac{d}{dt}(m_i \overline{v_i}) = 0 \quad (3.3)$$

Бұдан

$$\bar{p} = \sum m_i \bar{v}_i = const \quad (3.4)$$

Бұл теңдеу импульстың сақталу заңын өрнектейді: тұйық жүйенің импульсы сақталады, яғни уақыт бойынша өзгермейді.

Классикалық механикада масса жылдамдыққа байланысты емес. Бұл жүйе импульсын масса центрі арқылы өрнектеуге мүмкіншілік береді. Масса центрі (немесе инерция центрі) деп, берілген жүйе массасының орналасу күйін сипаттайтын

Масса центрінің кеңістіктегі орнын  $\bar{r}_c$  радиус – вектор арқылы белгілейді:

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{m}$$

Мұндағы  $m_i$  – інші материалды нүктенің массасы,  $\bar{r}_i$  – осы нүктенің кеңістіктегі орнын анықтайтын радиус-вектор,  $m$  – жүйе массасы.  $m = \sum m_i$

Масса центрінің жылдамдығы

$$\bar{v}_c = \frac{d\bar{r}_c}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\bar{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum m_i \bar{v}_i}{m} = \frac{\bar{p}}{m} \quad (3.5)$$

$$\text{Осыдан } \bar{p} = m \bar{v}_c \quad (3.6)$$

яғни жүйе импульсы жүйе массасы мен оның жылдамдығының көбейтіндісіне тең.

(3.6) ны (3.2) ге қояйық:

$$m \frac{d\bar{v}_c}{dt} = \sum \bar{F}_i = \bar{F}$$

$$\text{немесе } m \bar{a}_c = \bar{F} \quad (3.7)$$

(3.7) өргені масса центрінің қозғалыс заңы болып табылады. Одан жүйенің масса центрі материалды нүкте сияқты қозғалады, нүктеде жүйенің барлық массасы жинақталған деп есептеледі және ол жүйеге түсірілген барлық күштердің қорытқы күші әсерінен болады. Егер жүйе тұйық болса, онда масса центрі түзу сызық бойымен қозғалады және бірқалыпты болады, немесе қозғалмайды. Шындығында егер  $\bar{F} = 0$  болса, онда  $\frac{d\bar{v}_c}{dt} = \bar{0}$ , ал  $\bar{v}_c = const$ . Ішкі күштер әсерінен масса центрінің жылдамдығы өзгермейді, яғни күйін сақтайды. Импульстың сақталу заңы тек классикалық физика да ғана емес, сонымен бірге микробөлшектердің тұйық жүйелерінде және космостық денелерге де қолданылады, яғни түбегейлі заң болып табылады.

### Импульстің сақталу заңын ракета қозғалысын есептеуге қолдану

Айталық  $t$  уақыт кезіндегі ракета массасы  $m$  және  $\bar{v}$  жылдамдығы болсын делік. Осыған сәйкес импульсы  $\bar{p} = m\bar{v}$  болады.

$(t+dt)$  уақыты мезетінде ракета массасы  $dm$ -ге, яғни шығарылатын газ массасына тең (отынның жануына) болады, ал оның жылдамдығы  $d\bar{v}$  ға артады. Осы кездегі импульс

$$\bar{p} = (m - dm)(\bar{v} + d\bar{v}) + U dm$$

Мұндағы  $U$  – газдың ағыс жылдамдығы.

Сонымен,  $dt$  уақыт кезіндегі импульстің өзгерісі олардың айырымы ретінде анықталады яғни:

$$\Delta p = (m - dm)(\bar{v} + d\bar{v}) + U dm - m\bar{v} \quad (3.8)$$

$dmdv$  ны есепке алмай шексіз аз шама деп жақшаны ашсақ, онда

$$\Delta p = (U - \bar{v})dm - m d\bar{v}$$

(3.2) өрнегі бойынша, импульстің өзгерісі жүйеге әсер ететін сыртқы күшке тең:

$$(U - \bar{v})dm + m d\bar{v} = F dt$$

$dt$  шамасына бөлсек, онда мына түрге келеді

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = F - (U - \bar{v}) \frac{dm}{dt} \quad (3.9)$$

бұл өрнек массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуі болып табылады, ол Мещерский теңдеуі деп аталады. Егер  $\overline{F}_p = -(\overline{U} - \overline{v}) \frac{dm}{dt}$  белгісін енгізсек, онда (3.9) мына түрге келеді:

$$m \frac{d\overline{v}}{dt} = \overline{F} + F_p \quad (3.10)$$

мұндағы  $F_p$  – қозғалған денеден  $dm$  массасының бөлінуімен түсіндірілетін реактивті күш. (3.10) теңдеуінен, берілген жағдайдағы қорытқы күш  $F_p$  реактивті күштердің және барлық сыртқы қорытқы күштердің векторлық қосындысына тең болатындығы көрінеді.

Егер денеге сыртқы күш әсер етпесе ( $F_p = 0$ ) немесе оның шамасы  $\overline{F} \ll \overline{F}_p$  болса, онда (3.10) өрнегі мынадай түрге келеді:

$$m \frac{d\overline{v}}{dt} = -(\overline{U} - \overline{v}) \frac{dm}{dt} \quad (3.11)$$

Теңдікті  $dt$ -ға қысқартып айнымалы шамаларды бөліп және  $\overline{c} = (\overline{U} - \overline{v})$  белгісін жасап, мұндағы  $\overline{c}$  – салыстырмалы жылдамдық деп атасақ, онда

$$d\overline{v} = -\overline{c} \frac{dm}{m} \quad (3.12)$$

Теңдігі алынады.

Қозғалыстың бастапқы  $t=0$  кезеңінде  $v=0$  және масса  $m_0$  болса, онда соңғы кезеңде жылдамдық  $v$  және масса  $m$  болады. (3.12) өрнегін интегралдасақ, онда теңдеу мына түрге келеді:

$$v = c \ln \frac{m_0}{m} \quad (3.13)$$

Бұл өрнекті 1903 жылы Циолковский ашқан, сондықтан Циолковский теңдеуі деп аталады.

Осы теңдеу арқылы ракетаның жеткен соңғы жылдамдығы бағалануы мүмкін. Ракетаның салыстырмалы жылдамдығы  $c=3$  км/с, ал оның қорабының соңғы массасы  $m \leq 0.1m_0$  болатындай етіп ракета жасалынады. Сондықтан

$$v_{\max} = 3 \ln 10 = 3 \cdot 2,3 \cdot \lg 10 \cong 7 \text{ км/с}$$

бұл Жер серіктерін орбитаға шығару үшін жеткіліксіз өйткені,  $v_{max} < v_1$  мұндағы  $v_1$  – бірінші космостық жылдамдық. Осымен байланысты Циолковский көп сатылы ракетаны пайдалануды ұсынды. Мұндай ракеталарда әрбір сатылар ракетада толық жанған заттан кейін бөлінеді, бұл кезде ракетаның жалпы массасы азаяды, соның есебінен ракета жоғарғы жылдамдыққа жетеді. Космос кемелерін ұшыру үшін үш сатылы ракеталар пайдаланылады.

### 3.2. Жұмыс және қуат.

#### Жұмыс.

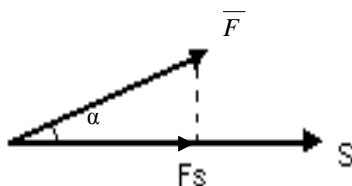
Жұмыс – энергияның қандай да бір түрінен басқа түріне ауыстыруды сандық жағынан сипаттайтын түбегейлі физикалық шамалардың бірі болып табылады.

Материалды нүктеге әсер ететін (3.1-сурет) тұрақты күштің жұмысы орын ауыстыру бағытымен күш проекциясының көбейтіндісі арқылы өлшенеді

$$A = FS \cos \alpha = F_S S \quad (3.14)$$

(3.14) өрнегі тұрақты күш және түзу сызықты жол жағдайында дұрыс келеді. Бұл теңдеуді  $\vec{F}$  орын ауыстыру  $S$  тің скалярлы көбейтіндісі түрінде жазуға мүмкін:

$$A = (\vec{F} \cdot \vec{S})$$



3.1- сурет

Жұмыс-алгебралық шама,  $\alpha$  бұрышының шамасына байланысты ол оң шама, теріс шама немесе нөлге тең шама болуы мүмкін  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  кезеңінде күш жұмысы оң, бұл жағдайда  $F_S$  құраушысы жылдамдық  $\vec{v}$  векторымен

бағыты бойынша сәйкес келеді; егер  $\alpha > \frac{\pi}{2}$  болса, онда жұмыс теріс шама (мысалы үйкеліс күшінің жұмысы). Егер  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  болса, жұмыс нольге тең. Бұл жағдайда  $\vec{F}$  және  $\vec{s}$  орын ауыстыру өзара перпендикуляр.

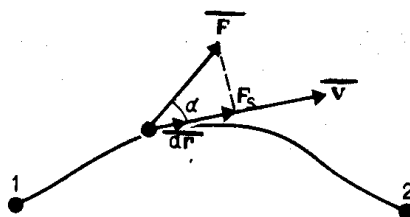
Айнымалы күш жағдайында ол әрі модулі және әрі бағыты бойынша өзгеруі мүмкін жұмысты есептеу үшін, жол элементар орын ауыстыру бөлінеді, әрбір бөліктің әрқайсысын да күшті тұрақты деп есептеп, ал нүктенің түсу нүктесінің қозғалысы түзу сызықты болады деп есептеледі.

Содан кейін әрбір элементар орын ауыстырудың элементар жұмыстары есептелуі керек.

$\vec{F}$  элементар күштің орын  $d\vec{s}$  ауыстырудағы жұмысы

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = f \cdot \cos \alpha ds = F_s dS \quad (3.15)$$

скаляр шама болады.



3.2-сурет

Берілген жағдайда орын ауыстыру модулі  $|d\vec{r}| ds$  элементар жолға тең:  $|d\vec{r}| = ds$

Траекторияның шекті бөлігіндегі жұмысты табу үшін (3.2 – сурет) элементар жұмыстарды қосу керек. Бұл қосынды нәтижесінде интегралды береді.

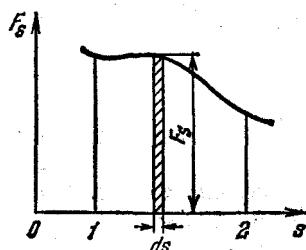
$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s dS = \int_S F_s dS \quad (3.16)$$

Интегралдау барлық жол бойынша алынады. (3.16) өрнек бойынша жұмысты есептеу үшін 1-2 траектория бойындағы  $F_s$ тің  $S$  тен тәуелділігін білу қажет.

Жұмысты әрі график түрінде де есептеуге болады. Егер күш проекциясының  $F_s$  орын ауыстыру бағытындағы  $S$  жолдан тәуелділігі



берілген болса, онда  $dA = Fds$  элементар жұмыс сан жағынан штрихталған ауданға тең, ал барлық 1-2 жолдағы жұмыс (3.3 – сурет)



3.3-сурет

$F_s$  қисықтығы, тік 1-2 түзулері және  $S$  өсімен шектелген ауданға тең. Жұмыстың өлшемі – джоуль (Дж). 1Дж жұмыс – 1 Н күштің 1 м ара қашықтықтағы істеген жұмысына тең шама, яғни  $1Дж = 1Н \cdot м$ .

### Қуат

Жұмысты жасау жылдамдығын сипаттау үшін, қуат деген түсінік енгізіледі. Қуат дегеніміз уақыт бірлігінде істелетін жұмыс, яғни

$$N = \frac{da}{dt} \quad (3.17)$$

Егер  $dt$  уақыт ішінде  $\overline{F}d\overline{s}$  жұмысы жасалатындығын ескерсек, онда берілген уақыт мерзімінде осы күшпен істелетін қуат

$$N = \frac{\overline{F}d\overline{r}}{dt} = \overline{F} \cdot \overline{v} \quad (3.17a)$$

Қуат скаляр шама.

Қуат өлшемі – ватт (Вт). 1Вт қуат деп, 1 секунд ішінде істелетін 1Дж жұмысты айтады, яғни  $1Вт = 1Дж/с$ .

### Кинетикалық және потенциялық энергия.

Жұмыс жасауға мүмкіншілігі бар кез келген дене энергияға ие болады.

Механикада энергия әрі денелер жылдамдықтары ретінде, сондай-ақ осы денелердің өзара орнын бір –бірімен салыстырғандағы сипаттама ретінде анықталады. Және кинетикалық және потенциалдық энергия болып екіге бөлінеді.

а) Кинетикалық энергия.

Кинетикалық энергия ( $K$ ) денелер жылдамдықтары арқылы туады және қозғалушы жүйенің толық тоқтағанға дейінгі жұмысымен анықталады. Екі жанасушы денелерді қарастырайық (3.4-сурет). Массасы  $m$  бірінші дене екінші денеге  $F_{12}$  тұрақты күшпен әсер етсін, бағыты дененің  $\bar{v}$  жылдамдығына сәйкес келсін.  $dt$  уақыт ішінде екі дене де  $ds$  жолын жүреді. Екінші дене жағынан бірінші денеге Ньютонның үшінші заңы бойынша  $-F_2$  кедергі күштің істейтін жұмысы

$$dA = -F_{21} ds = -m \frac{dv}{dt} \cdot ds = -mvdv$$

$F_{12}$  Күшінің әсері бірінші дененің кинетикалық энергиясының кемуіне келтіреді, яғни

$$dA = dK$$

Толық тоқтағанға дейінгі жасалатын жұмыс қосындысы

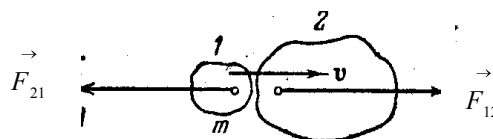
$$A = - \int_v^0 mvdv = \frac{mv^2}{2} = K \quad (3.18)$$

Мұндағы  $K = \frac{mv^2}{2}$  – кинетикалық энергия . Кинетикалық энергия үшін (3.18) өрнегіне басқаша түр беруге болады. Берілген өрнектің алымын да, бөлімін де массаға көбейтейік

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad (3.18a)$$

мұндағы  $mV=p$  – дене импульсы.

б) Потенциалды энергия.



3.4-сурет

Денелердің пішінін немесе орнын өзгерту барысында жұмыс жасау мүмкіншілігі бар жүйелер потенциалдық энергияға ие болады. Бұл жағдайлар консервативті күштер арқылы болады. Консервативті күштер - дене қозғалғандағы жолға тәуелсіз болатын жұмыс күштері, тек ол дене жолдың бастапқы және соңғы орындарына ғана тәуелді. Консервативті күштердің тұйық жолдағы істейтін жұмысы нольге тең. Мысалы ауырлық күші консервативті күш болып табылады.

Созылған серіппенің потенциалдық энергиясын есептейік. Серіппенің деформация кезінде пайда болатын серпімді күші

$$F_{сер} = -kx \quad (3.19)$$

Мұндағы  $k$  – серіппе қаттылығының коэффициенті, теріс таңбасы  $x$  ығысу бағыты мен бұл кезде пайда болатын күштің қарама-қарсы болатындығын көрсетеді. Шексіз аз бөліктегі ( $dx$ ) істелетін элементар жұмыс.

$$dA = -kx dx \quad (3.20)$$

Өзінің толық бастапқы қалпына келтіргенге дейінгі серіппенің істейтін жұмысы мына түрде анықталады:

$$A = -k \int_x^0 x dx = \frac{kx^2}{2} \quad (3.21)$$

Сондықтан, қарастырылған серіппенің потенциалдық энергиясы

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

Соңғы өрнекті дифференциалдағанда алатынымыз

$$d\Pi = kx dx \quad (3.22)$$

Сонда (3.19) мен (3.22) салыстырғанда

$$dA = -\Pi d \quad (3.23)$$

алынады, яғни берілген жағдайда жұмыс (жүйеге консервативті күштер әсер еткен кезде) дене энергияның кемуіне тең болады.

$\Pi$  функциясының нақты түрі өріс күшінің сипатына байланысты болады. Мысалы, Жер бетінен  $h$  биіктікке көтерілген массасы  $m$  дене,

$\Pi = mgh$  потенциалдық энергияға ие болады биіктігі ноль деңгейінен есептеледі, бұл деңгейдегі потенциалды дене нольге тең деп қабылданады.  $\Pi = 0$ .

Потенциалды энергия Жер бетінен  $h$  биіктіктегі дененің еркін түсу кезіндегі ауырлық күшінің жұмысына тең шама.

### Механикадағы энергияның сақталу заңы.

Энергияның сақталу және айналу заңы-табиғаттың жалпы заңы. Бұл заң бойынша кез келген тұйық жүйенің энергиясы, ондағы өтетін кез келген процестерге қарамай, сақталады.

Егер жүйе тұйық болса, және оларда тек консервативті күштер әсер етсе, онда осы қорытқы күштердің элементар жұмысы жоғарыда келтірген бойынша, бір жағынан потенциалды энергияның кемуіне тең

$$dA = -d\Pi$$

ал екінші жағынан –кинетикалық энергия өсімшесіне тең

$$dA = dK$$

Сондықтан

$$dK = -d\Pi$$

немесе

$$dK + d\Pi = 0 \quad (3.24)$$

Өйткені, қосындымыз дифференциалы дифференциал қосындысыны тең, онда

$$d(K + \Pi) = 0$$

мұндағы  $(K + \Pi)$  – жүйенің кинетикалық  $K$  және  $\Pi$  потенциалды энергияларының қосындысына тең жүйенің толық энергиясы. Бұл, тұйық жүйенің механикалық энергиясы тұрақты деген сөз.

$$K + \Pi = \text{const} \quad (3.25)$$

(3.22) өрнегі механикалық энергияның сақталу заңының теңдеуі. Айтылуы: денелердің тұйық жүйесінің толық механикалық энергиясы, тек консервативті күштер әсер еткенде тұрақты шама болып қалады. Одан көрініп тұрғандай, егер жүйенің потенциалды энергиясы кемісе, онда бұл

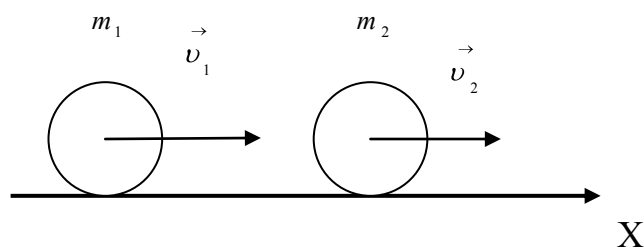
кинетикалық энергияның артуына келтіреді және керісінше болады. Бірақ олардың жалпы қосындысы өзгермейді.

### Импульстің және энергияның сақталу заңдарын қолдану

Абсолют серпімді соққы деп, соқтығысушы денелердің соқтығысудан кейін өзінің алғашқы пішіндерін және мөлшерін толық қалпына келтіретін денелердің өзара әсерлері айтылады. Сонымен, мұндай соқтығысу кезінде механикалық энергия энергияның басқа түріне ауысу болмайды және олардың механикалық энергиясы өзгермейді.

Тек денелер арасында энергияның қайта орналасуы пайда болады. Айталық, абсолют серпімді денелердің массалары  $m_1$  және  $m_2$  және олардың жылдамдықтары  $v_1$  және  $v_2$  болсын.

Олар горизонтал жазықтықта бір бағытта және  $\bar{v}_1 > \bar{v}_2$  шамада қозғалсын деп ұйғарайық.



3.5-сурет

Есептеулерді іске асыру үшін, барлық векторлардың  $X$  осіндегі проекциясын алу керек. Жылдамдықтар векторларының проекциясы жылдамдықтар модуліне тең, өйткені тура орталық соққы кезінде шарлардың соқтығысқанға дейінгі және соқтығысудан кейінгі жылдамдық векторлары бір түзу сызық бойында жатады, ол түзу олардың орталықтарын қосады. Жылдамдықтардың оңға қозғалысын оң бағытпен солға қозғалысын теріс бағытпен алуға келісейік.

Соқтығысқаннан кейінгі шарлардың  $\bar{U}_1$  және  $\bar{U}_2$  жылдамдықтары қалай болады? Энергияның сақталу заңы бойынша

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}$$

Осыдан

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2 \quad (3.26)$$

Импульстың сақталу заңы бойынша

(3.26) мен (3.27) теңдеулерді біріктіріп шешіп, оны скаляр түрінде жазсақ, онда

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{(m_1 - m_2)v_i = 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ U_2 &= \frac{(m_2 - m_1)v_2 = 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Егер соқтығысушы шарлардың массалары бірдей ( $m_1=m_2$ ) болса, онда (3.28) деп, алатынымыз

$$U_1=v_2; U_2=v_1$$

Яғни, денелер жылдамдықтарымен алмасады.

Енді массалары бірдей болмаса және  $m_2 \gg m_1$  болса, яғни екінші дененің массасы ауырлау болса, онда

$$U_1=2v_2-v_1; U_2=v_2$$

Егер соққыға дейін  $v_2=0$  болса, онда  $U_1=-v_2$  яғни бірінші дене екінші дене ыршып кетеді және қарама-қарсы бағытта қозғалады.

### Импульс моментінің сақталу заңы

Айналмалы дене динамикасының негізгі теңдеуі мына түрде жазылады

$$\overline{M} = \frac{d\overline{L}}{dt}$$

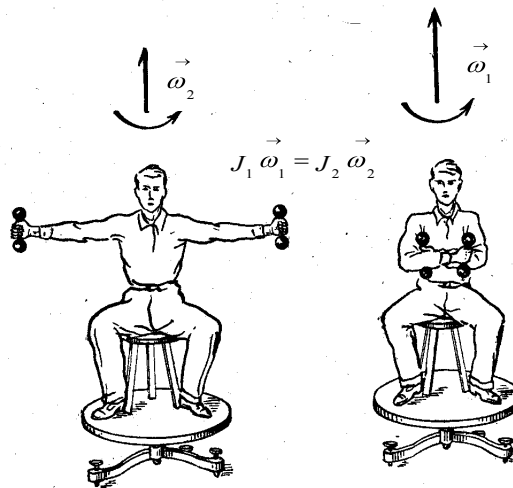
Мұндағы  $\overline{M}$  – сыртқы күштің моменті, ол қозғалмайтын оське қатысты айналады,  $L$  - импульс моменті.

Бөлшектер жүйесінің импульс моменті барлық сыртқы күштердің қосынды моментінің әсерінен өзгеруі мүмкін.

Егер денеге әсер етуші сыртқы күштердің қосынды моментінің нольге тең болса ( $\overline{M} = 0$ ), онда (2.38) өрнегінен

$$\frac{d\overline{L}}{dt} = 0$$

Алынады, яғни  $\vec{L} = J \vec{\omega} = const$  (3.29)



3.6- сурет

(3.29) теңдеуі импульс моментінің сақталу заңының математикалық түрде жазылуы: егер сыртқы күштердің тұйық импульс моментінің жүйесі нольге тең болса, онда жүйе импульсының моменті уақыт бойынша өзгермейді. Егер дененің инерция моменті өзгермесе, (абсолют қатты денелер үшін орынды), онда (3.29) теңдеуден бұрыштық жылдамдықтың тұрақтылығы шығады. Бірақ, егер абсолют қатты болмаса, немесе ол, ішкі күштердің әсерінен бір – біріне қатысты орын ауыстыру мүмкіншілігі бар денелердің жеке бөліктерінен тұрса, онда дененің инерция моментінің өзгеруі мүмкін және бұрыштық жылдамдық тұрақты болмай қалады.

(3.26) қатыс дененің инерция моментінің кейбір есе рет кемуі дененің бұрыштық жылдамдығының сонша рет артуымен болатындығын көрсетеді.

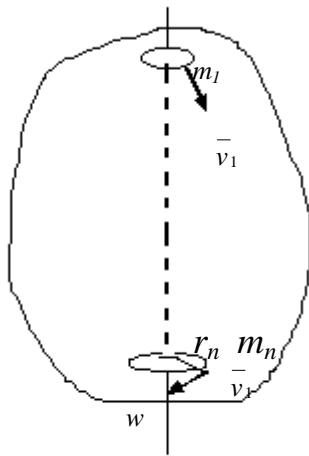
Мұны, тіке осьтен еркін айналатын Жуковский орындығы (3.6–сурет) көмегімен көрсетуге болады. Қолында гирі бар орындықтағы отырған адам, орындықпен бірге жылдамдықпен айналады. Адам мен орындықтың инерция моменті  $J$  болсын. Айналу осіне жүкті адам жақындатқанда, инерция моменті  $J_2$  дейін азаяды. Бұл бұрыштық жылдамдықты  $\omega_2 > \omega_1$  дейін арттырады, сондықтан (2.27) теңдеуі бойынша

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$$

### Айналмалы қозғалған дененің кинетикалық энергиясы

Кез келген қатты дене күштің салдарынан деформацияланады, яғни пішінін өзгертеді. Бірақ көбіне абсолют қатты дене ұғымымен пайдаланады.

Күштің салдарынан ешқандай деформацияға ұшырамайтын, олай болса оның кез келген бөлшектерінің ара қашықтығы өзгермейтін денені абсолют қатты дене деп атайды.



3.6 а – сурет

Абсолют қатты дене қозғалмайтын  $OO'$  осьтің бойымен айналсын (3.6 а–сурет). Осы дененің массалары  $m_1, m_2, \dots, m_n$  осьтен ара қашықтықтары  $r_1, r_2, \dots, r_n$  кішкене бөлшектерге бөлеміз. Қатты дене айналғанда оның бөлшектері әртүрлі  $v_1, \dots, v_n$  сызықтық жылдамдықпен қозғалып түрлі радиуспен шеңберлер сызып шығады. Бірақ дене абсолют қатты болғандықтан, бөлшектердің бұрыштық жылдамдықтары бірдей болады:

$$w = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n}$$

Айналатын қатты дененің толық кинетикалық энергиясы жеке бөлшектредің кинетикалық энергияларының қосындысына тең деп табамыз:

$$K_{\text{аііи}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}$$

немесе

$$K_{\text{аііи}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Жоғарғы теңдеуді пайдалансақ

$$K_{\text{аііи}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i w^2}{2} \cdot r_i^2 = \frac{w^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{Jw^2}{2}$$



яғни айналмалы қозғалған дененің кинетикалық энергиясы инерция моменті мен бұрыштық жылдамдықтың квадратының көбейтіндісінің жартысына тең:

$$K_{\text{айн}} = \frac{Jw^2}{2} \quad (3.30)$$

Бұл өрнек дененің ілгерілемелі қозғалысы кезіндегі кинетикалық энергиясынан  $\left( K_{\text{із}} = \frac{mv^2}{2} \right)$  айырмашылығы масса орнында инерция моменті тұрса, ал сызықтық жылдамдық орнында бұрыштық жылдамдық тұрғанынан көреміз.

Денені айналмалы қозғалысының кинетикалық энергиясы берілген бұрыштық жылдамдық кезінде дененің айналу бетіне қатысты массасының орналасуына, инерция моментіне байланысты болады.

Егер дене әрі ілгерілемелі және әрі айналмалы қозғалысқа қатысса, онда оның кинетикалық энергиясы ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың энергияларының қосындысынан тұрады.

$$T = \frac{mv_c^2}{2} = \frac{Jw^2}{2} \quad (3.31)$$

Мұндағы  $v_c$ – масса центрінің жылдамдығы,  $w$  және  $J$ – дененің айналу осіне қатысты масса центрі арқылы өтетін бұрыштық жылдамдық пен инерция моменті.

Негізгі әдебиеттер: 2 (46-72 беттер)

10 (7-13 беттер)

Қосымша әдебиеттер: 49 (6-??? беттер)

50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

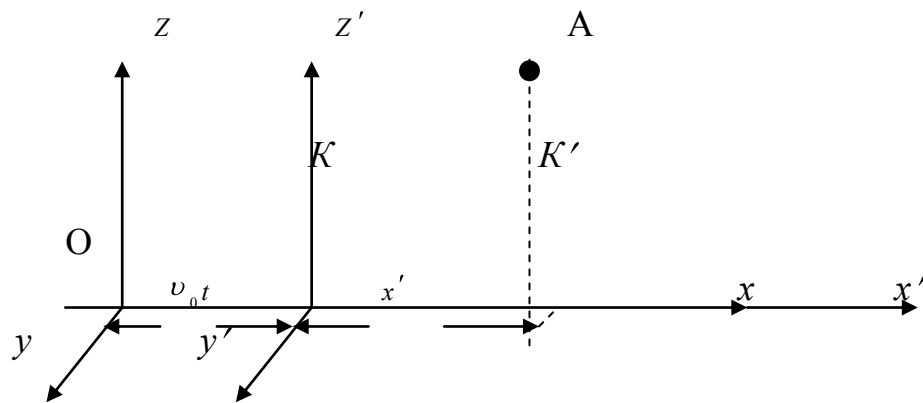
1.4. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

### Арнайы салыстырмалылық теориясының элементтері

#### Галилейдің салыстырмалылық принципі

Бір-біріне қатысты тұрақты жылдамдықпен қозғалатын екі санақ жүйесін қарастыралық. Ол жүйенің біреуін (4.1- сурет)  $K$  әріпімен белгілейік және оны қозғалмайды деп шартты түрде есептейік.



4.1-сурет

Сонда екінші  $K'$  жүйесі түзу сызықты және бірқалыпты қозғалады. Координат осьтерін  $x$  және  $x'$  осьтері бір – біріне сәйкес келетіндей, ал  $y$  және  $y', z$  және  $z'$  осьтері бір-біріне параллель болатындай етіп таңдап алайық.

$K$  жүйесіндегі кейбір  $A$  нүктесінің  $x, y, z$  координаттары мен  $K'$  жүйесіндегі сол нүктенің  $x', y', z'$  координаталары арасындағы байланысты табайық. (4.1- суреттен) мына теңдеудің жазылуы көрініп тұр:

$$\begin{aligned} x &= x' + v_0 t \\ y &= y', z = z' \\ t &= t' \end{aligned} \quad (4.1)$$

Соңғы тұжырындама ( $t=t'$ ) классикалық механикада қабылданған, яғни онда уақыт екі санақ жүйесінде де бірдей деп ұғынылады.

(4.1 – теңдік) Галилей түрлендірулері деп аталады. Бұл теңдікті уақыт арқылы дифференциалдап,  $K$  және  $K'$  жүйелеріндегі  $A$  нүктесінің жылдамдықтары арасындағы байланысты табамыз.

$$\begin{aligned} x &= x' + v_0 t \text{ немесе } v_x = v'_x + v_0 \\ y &= y' \text{ немесе } v_y = v'_y \\ z &= z' \text{ немесе } v_z = v'_z \end{aligned} \quad (4.1a)$$

(4.1 а) өрнегіндегі үш скаляр шамалар  $K$  жүйесіне қатысты  $\vec{v}$  жылдамдық векторы мен  $K'$  жүйесіне қатысты  $\vec{v}'$  жылдамдық векторына қатысты эквивалентті, яғни

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0 \quad (4.2)$$

(4.2) өрнегі классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосу ережесін өрнектейді.

$$(4.2) - \text{уақыт арқылы дифференциалдасак,} \\ v = v' \text{ немесе } \vec{a} = \vec{a}' \quad (4.3)$$

Бұдан үдеудің екі жүйеде де бірдей екенін көреміз. Сондықтан, егер бұл жүйенің біреуі инерциалды болса (яғни күш әсері болмаған кезде  $a=0$  болады деген сөз), онда екіншісі де инерциалды болады ( $a'$  сол сияқты нольге тең болады).

(4.3) теңдеуінен,  $K$  және  $K'$  жүйелердегі әсер етуші күштер де бірдей болатындығы шығады. Сондықтан, бір инерциалды санақ жүйесіне көшкен кезде динамика теңдеулері өзгермейді, яғни Галилей түрлендірулеріне қатысты инвариантты болады деп айтылады. Механикалық көзқарас бойынша барлық инерциалды санақ жүйелері тіптен инвариантты. Практикалық түрде мұның білінуі былай: берілген санақ жүйесінің ішінде тұрып, дене тыныштық күйде ме немесе бірқалыпты түзу сызықты қозғалыста ма екендігін ешқандай механикалық тәжірибелермен тағайындауға болмайды.

Мысалы, біз ешқандай өзгеріссіз түзу сызықты және бірқалыпты қозғалған вагон ішінде отырып, терезеге үңіліп қарамайынша, вагон қозғалыста ма, немесе тыныштықта ма оны анықтай алмаймыз. Дененің еркін түсуі, лақтырылған дене қозғалысы және басқа механикалық процесстер, вагон қозғалмай тұрған жағдайдағы сияқты болады.

Инерциалды жүйелердің эквиваленттілігі Галилейдің салыстырмалылық принципі деп аталады.

Галилейдің салыстырмалылық принципіне біз координат түрлендірулеріне (4.1) өрнегі, арқылы келдік. (4.1) қатысының біріншісі  $c_i$  және соңғысы тек  $v_0 \ll c$  мәндеріне ғана орынды, мұндағы  $c$  – вакуумдағы жарық жылдамдығы.  $v_0$  дің  $c$  ға жақын мәні кезінде Галилей түрлендірулері жалпылама Лоренц түрлендірулерімен ауыстырылады.

### **Арнайы салыстырмалылық теориясының постулаттары**

Арнайы салыстырмалылық теориясының негізін осы заманғы физика жасаушылардың бірі – А. Эйнштейн қалады. Бұл кеңістік пен уақыт жөніндегі осы заманғы физикалық теория. Ньютон механикасы сияқты бұл да уақытты біртекті деп қарастырды. Арнайы салыстырмалылық теориясын релятивистік теория деп те атайды.

Арнайы салыстырмалылық теориясының негізін 1905 ж. Эйнштейн тұжырымдаған екі постулат құрайды:

1. Барлық инерциалды санақ жүйелерінде физиканың заңдары бірдей орындалады, олай болса заңдардың математикалық пішіндері түрлендіргенде де инвариантты болады, яғни барлық жүйелерде де біркелкі.

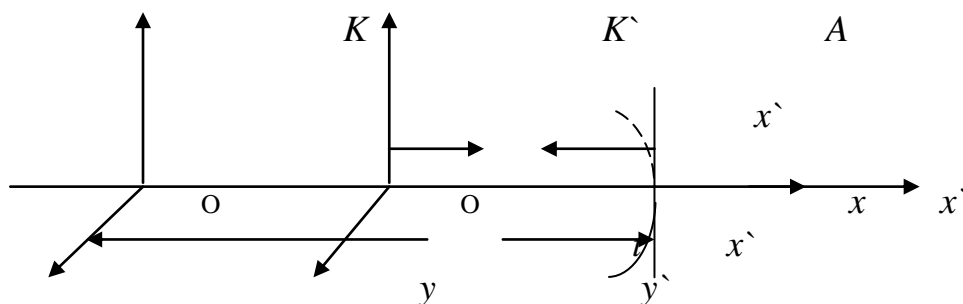
1. Жарықтың вакуумдағы жылдамдығы барлық инерциалды санақ жүйелерінде бірдей және оның тарау бағытына жарық көзімен қабылдағыштың қозғалу жылдамдығына тәуелсіз.

Бірінші постулат бойынша барлық инерциалды санақ жүйелері бір-бірінен айырмашылығы жоқ, бірдей, олай болса механикалық, электродинамикалық, оптикалық және т.б. құбылыстар әр жүйелерде бірдей өтеді.

Жарық жылдамдығының тұрақты болуы Галилейдің түрлендіру шарты мен сәйкес келмейді. Шынында да  $K'$  санақ жүйесінде жарық жылдамдығы  $c$  болса,  $K$  жүйесінде Галилей түрлендіруі бойынша ол жылдамтық  $c+u$  шамасына тең. Ньютон механикасы тұрғысынан  $c+u$  қосындысынан  $c$ -ға тең болатындығы түсініксіз.

Мұны түсіну үшін кеңістік пен уақыт жөніндегі Ньютондық теориядан бас тартып, ғылыми батылдық жасау керек болды.

Эйнштейннің ерекшелігі сол, ол қарапайым және физикалық талдау пікірлері арқылы кеңістік пен уақыттың қасиеттің өзгермелілігін, ол қасиеттердің материалды объектілердің қозғалысына байланыстылығы жөнінде қорытынды жасады (кеңістік пен уақыт жөніндегі бұл жаңа ілімді Эйнштейн арнайы салыстырмалылық теориясы деп атайды).  $K$  және  $K'$  әріпімен белгіленген екі инерциалды санақ жүйесін қарастырайық. (4.2. – сурет).



4.2-сурет

$K'$  жүйесі  $K$  мен салыстырғанда  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалсын және  $x$  және  $x\theta$  осьтерін векторының бойымен бағыттайық;  $y$  және  $y\theta$  осьтері;  $z$  және  $z\theta$  осьтері бір-біріне параллель болсын.

Алғашқы уақыт мезетінде ( $t=0$ )  $K$  және  $K\theta$  жүйелері түйіскен болсын және координаттың бас нүктесінен осы кезде жарық импульсы сәулеленсін. Уақыт өткеннен кейін импульс  $x$  осі бойымен тарала отырып,  $A$  нүктесіне дейін жетеді.  $X$  қашықтығы былай анықталады.

$$X = ct \quad (4.4)$$

$K\Theta$  жүйесінде толқын фронтының орны  $A$  нүктесіне жеткенде  $x\Theta$  координатымен анықталады.  $K\Theta$  жүйесі  $K$  – ға қатысты орын ауыстырғандықтан,  $x\Theta$  штрихталған нүкте координатасы  $x$  координатасына тең емес.  $X'$  шамасы мына қатыспен анықталады:

$$X' = c't' \quad (4.5)$$

мұндағы  $t\Theta$ – штрихталған санақ жүйесіндегі бас нүктеден  $A$  нүктесіне дейінгі жарықтың жүру уақыты,  $c$ - осы жүйемен салыстырғандағы жарық жылдамдығы. Сондықтан

$$C=C' \quad (4.6)$$

Олай болса, (4.5) теңдеуі мына түрге келеді:

$$x' = ct' \quad (4.7)$$

(4.4) және (4.7) өрнектерден

$$x' - x = c(t' - t) \quad (4.8)$$

(4.8) теңдеуі бізді өте күшті салдарға әкеледі. Демек,  $x\Theta \neq x$ , онда  $t\Theta \neq t$ . (4.9)

Сонымен, Эйнштейн постулаттары біздің уақытты есептеу салыстырмалы сипатта болады, әртүрлі жүйелерде уақыт бірдей өтпейді деген қорытындыға әкеледі. Бір санақ жүйесінен екіншісіне өтуді сипаттайтын түрлендірулер туралы мәселені зерттей келіп, Эйнштейн оның постулаттарына сәйкес келетін Лоренц түрлендірулері деп аталатын ережені тапты:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y, \quad z' = z \\ t' &= \frac{t - v/c^2 x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Лоренц түрлендірулері аз жылдамдықтар кезінде, яғни  $v \ll c$ , кезінде Галилей түрлендірулерімен сәйкес келеді. Шындығында, егер  $v \ll c$  болса (4.10) қатысы мына өрнекке айналады:

$$x-x'=vt, y'=y, z'=z, t'=t \quad (4.11)$$

Сондықтан Галилей түрлендірулері  $v \ll c$  кезіндегі Лоренц түрлендірулерінің шекті жағдайы болып табылады. (4.10) Лоренц түрлендірулері  $K\theta$  және  $K$  жүйелеріндегі координат пен уақыттың тәуелділігін өрнектейді. Бұл түрлендірулерді  $K$  жүйесіндегі координат пен уақытты штрихталған санақ жүйесіндегі координат пен уақыт арқылы жазуға болатындығын теңдеу түрінде көрсетейік. Оны қорытпай-ақ соңғы нәтижесін берейік:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y, \quad z' = z \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$v \ll c$  жағдайы үшін Лоренц түрлендірулері өзінің физикалық мәнін жоғалтатындығына көңіл аударуға болады (бұл кезде  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  – жалған болады). Бұл денелердің орын ауысуы вакуумдағы жарық жылдамдығынан артық болған кезде орындалмайтындығын атауға болады.

Өртүрлі санақ жүйесіндегі жылдамдықтар мәндері арасындағы байланысты анықтайық.  $K$  жүйесіндегі дене жылдамдығын  $U$  арқылы, ал  $K\theta$  жүйесіндегі дене жылдамдығын  $U\theta$  пен белгілейік. Сонда (4.10) өрнектің негізінде

$$U\theta = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{v}{c^2}dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{U - v}{1 - \frac{v}{c^2}U} \quad (4.13)$$

(4.13) арақатысы салыстырмалылық теориясындағы жылдамдықтардың қосылу теориясын өрнектейді және Эйнштейннің екінші постулатына байланысы бар. Шындығында, дененің  $U$  жылдамдығын вакуумдағы жарық жылдамдығы  $c$  ға тең деп алсақ, онда

$$U\theta = \frac{U - v}{1 - \frac{v}{c^2}U} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}c} = c \quad (4.14)$$

яғни, жарық жылдамдығы штрихталған және штрихталмаған санақ жүйелердегі жарық жылдамдығы бірдей шамаға тең және мәні  $c$  болады.

### Релятивистік динамика элементтері

Эйнштейннің бірінші постулаты салыстырмалылықтың механикалық принципіннің жалпылама түрі болып табылады. Оны механика заңдарына қолданайық. Алдымен, Ньютон теңдеулері салыстырмалылық теориясының механикадағы қозғалыс теңдеулері болып табыла ма деген мәселені түсіндірейік. Ол үшін Ньютон теңдеулері Лоренц түрлендірулеріне қатысты инвариантты болуы керек. Бірақ, Ньютон теңдеулері Галилей түрлендірулеріне қатысты инвариантты, сондықтан олар Лоренц түрлендірулеріне қатысты инвариантты бола алмайды. Бірақ, аз жылдамдықтардың ( $v \ll c$ ) шекті жағдайында Лоренц түрлендірулері Галилей түрлендірулеріне сәйкес келетіндігін біз жоғарыда көрсеткен болатынбыз. Сондықтан, Ньютон теңдеулері салыстырмалылық теориясы механикадағы шын теңдеулердің шекті жағдайы болып табылады. Аз жылдамдықтар кезінде Ньютон өрнектері импульс үшін орынды болатындығы мәлім:

$$\bar{p} = m\bar{v} = m \frac{d\bar{r}}{dt} \quad (4.15)$$

$v \ll c$  кезінде бөлшектің меншікті уақыты  $d\tau$  практика жүзінде жүйенің сағат бойынша есептеген қарастырған нүкте қозғалысының  $dt$  уақытына жақын келеді. Сондықтан (4.15) өрнегін мына түрде беруге болады:

$$\bar{p} = m \frac{dr}{dt} \quad (4.16)$$

мұндағы  $d$ – импульсті есептеу үшін, нүктенің меншікті уақыты.

$d\tau$  уақыт аралығы  $dt$  ға қарағанда инвариантты болып табылады. Осымен байланысты (4.16) өрнегі Лоренц түрлендірулеріне қатысты импульстің сақалу заңын қамтамасыз ететін импульс үшін алынған өрнек болар деген ұсынысқа келеді. Лоренц түрлендірулерінен

$$d\tau = dt \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad \text{мұндағы } v \text{ — дене жылдамдығы. (4.16) да осындай}$$

ауыстыруға келтірсек, онда

$$\bar{p} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \text{немесе } d\bar{r}/dt = \bar{v} \text{ деп есептеп,}$$

$$\bar{p} = \frac{m_0 \bar{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (4.17)$$

(4.17) бойынша импульстің жылдамдыққа тәуелділігі Ньютондық механикаға қарағанда өте күрделі болатындығын көрсетеді.

(4.17) өрнегі  $v \ll c$  кезінде келесі түрдегі түсініктемені береді. Ньютондық механикада импульс та дене массасының оның жылдамдығына көбейткенге тең:

$$\bar{p} = m \bar{v} \quad (4.18)$$

мұндағы  $m$  деген шама мынаған тең:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (4.19)$$

(4.19) өрнегі тыныштық массасы деп аталады, ол жылдамдыққа байланысты,  $m$  - релятивистік массасы немесе қозғалыс массасы деп аталады.

Егер массаның жылдамдыққа тәуелділігін ескерсек (4.19) бойынша, онда Ньютон теңдеуі

$$\bar{F} = \frac{d \bar{p}}{dt} \quad (4.20)$$

Бөлшек импульсының уақыт бойынша алынған туындысы әсер күшке тең деген ереже Лоренц түрлендірулеріне қатысты инвариантты болып табылады. Сондықтан, оны үлкен жылдамдықтар үшін қарастырудан болатын теңдеу деуге болады. (4.19) тәуелділігін тағайындау басқа да салдарларға келтіреді. Әдетте дене жылдамдығының өзгерісі өзінен кейін дененің әрі масса шамасының және энергия шамасының өзгерісіне келеді, сондықтан бұл масса мен энергия шамалары арасындағы байланыс бар деген сөз. Эйнштейн бұл байланыстың төмендегі түрде болатындығын көрсетті:

$$E = mc^2 \quad (4.21)$$

(4.21) арақатысы, дене энергиясының массаға пропорционал болатындығын көрсетеді. Вакуумдағы жарық жылдамдығының квадратына тең пропорционалды коэффициенті тұрақты шама болып табылады. (4.21) арақатысы әмбебап сипатта қабылданды. Ол энергияның барлық түріне



қолданылады. (4.21) бойынша энергияның қандай да бір түрі болмасын оның массамен байланысы

$$m = \frac{E}{c^2}$$

және керісінше кез-келген массамен нақты энергия байланысы болады. Тіпті денеде кинетикалық энергия болмаса да, дене тыныштықта болады және массасы болады, осымен байланысты дененің ішкі энергиясы  $m_0c^2$ .

Салыстырмалылық теориясы бойынша,  $V$  жылдамдықпен қозғалушы дене,  $\gamma m_0V^2$  шамадан өзгеше кинетикалық энергияға ие болады, мұндағы  $m_0$  – тыныштық массасы, ал  $V$  – дене жылдамдығы. Кинетикалық энергияның шамасы қозғалушы дененің энергиясы мен тыныштықтағы дененің энергиясының айырмасы ретінде анықталады.

$$E_K = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (4.22)$$

Тек  $v \ll c$  шекті жағдайда ғана қатарға бөлінеді:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{4} \frac{3}{2} \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

және қатар мүшелерін есепке алмасақ, екіден асқан жоғары дәрежелі қатар үшін (4.19) дан:

$$E_K \cong mc^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Осындай түрдегі түсіндіруден кейін Эйнштейн постулаттарын қайта қарауға тура келді. Осымен байланысты салыстырмалылық теориясынан шығатын кейбір эксперименталды салдарлардың қажеттілігі пайда болды. Мұндай көптеген фактілер физиканың даму процесінде табылған. Мысалы, электронның кинетикалық энергиясы электр өрісінде жүрген кейбір жолдар мынадай ретте анықталады

$$E_K = eU$$

Мұндағы  $e$  – электрон заряды,  $U$  - электронның өткен бөліктегі потенциалдар айырымы.

Жарық жылдамдығының  $0.1$  шамасына тең жылдамдықты алу үшін, электронға ( $2.5 \text{ кВ тең}$ ) потенциалдар айырымын өту жеткілікті.  $U=45 \text{кВ}$ ,  $v=0,4c$ . Кезінде потенциалдар айырымының өрісі қарапайым түрде жасалады.

Негізгі әдебиеттер: 2 (46-72 беттер)

10 (7-13 беттер)

Қосымша әдебиеттер: 49 (6-???) беттер)

50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

1.?????. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

### Кеплер заңдары. Бүкіл әлемдік тартылыс заңы

Иоган Кеплер астроном Тихо Брагениң планеталар қозғалысын бақылау негізінде алған мәліметтерін қорытындылай отырып, планеталар қозғалысының үш заңын тағайындады. Бұл заңдар бүкіл әлемдік тартылыс заңын тағайындауға негіз болады.

Сонымен, И. Кеплердің планеталар қозғалысы жайлы үш заңы былай айтылады:

1. Барлық планеталар бір фокусында Күн тұрған жазық эллипстік қисықпен қозғалады.

2. Күннен планетаға жүргізілген радиус-вектор өзара тең уақыт аралығында бірдей аудан сызады.

3. Барлық планеталар үшін төмендегідей қатыс орындалады:

$$\frac{R^3}{T^2} = K, \quad (2.5)$$

мұндағы  $R$  – орбитаның үлкен жартылай осінің ұзындығы,  $T$  – планетаның айналу периоды.  $K$  – Кеплер тұрақтысы.

Осы ашылған жаңалықтан кейін Кеплерге мынадай сұрақ туды: бұл алынған эмпириялық заңдылықтардың себебі неде? Бұған жауапты Ньютон тапты.

Ол планеталар радиусы дөңгелек орбитамен қозғалады деп алды, шындығында эллипстік траектория дөңгелектік траекториядан айырмашылығы өте аз. Сондықтан, планетаның нормал үдеуді (мұндағы –  $\omega$  бұрыштық жылдамдық) және динамиканың негізгі заңына сәйкес оған әсер етуші күш

$$F_1 = m \omega^2 R = m \frac{4\pi^2}{T^2} R, \quad (2.6)$$

мұндағы  $R$  – дөңгелектік орбита радиусы. Енді  $TK$  мәнін (2.5) тең (2.6) ға қойсақ, онда

$$F_1 = \frac{4\pi^2}{R^2} Km, \quad (2.7)$$

мұндағы  $m$  – планета массасы,  $K$  – планета массасына тәуелді емес пропорционалды коэффициент.  $F_1$  күші Күн мен планета арасындағы қашықтықтың квадратына кері пропорционал болады, сонымен бірге ол соңғы массаға байланысты. Енді  $F_1$  күші планетаның массасына пропорционал болса, онда ол күн массасы  $M$ -ға да пропорционал болуы мүмкін. Осымен байланысты мынадай ұсыныс ұсынылды, Күн массасына  $K$  енеді, яғни Кеплер тұрақтысы Күн массасына пропорционал және оны мына түрде беруге болады:

$$K = \frac{\gamma M}{4\pi^2}. \quad (2.8)$$

Онда күш

$$F_1 = \gamma \frac{Mm}{R^2}, \quad (2.9)$$

Мұндағы  $\gamma$  – гравитациялық деп аталатын жаңа тұрақты шама. Ньютонның үшінші заңы бойынша және планетаның Күнге әсер ететін күші

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1.$$

Әрі мынадай ұсыныс жасалды: мұндай күш массалары және кез келген екі дене арасындағы күшке ұқсас. Сондықтан, (2.9) өрнегі жалпы түрде былай көрсетіледі

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.10)$$

мұндағы  $r$  – өзара әсер етуші денелер арасындағы қашықтық.

(2.10) қатысы бүкіл әлемдік тартылыс заңы деген атқа ие болды. Осы заңды түйіндейік: кез келген екі дене осы денелер массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал күшпен тартылады және олардың арасындағы қашықтық квадратына кері пропорционал болады.

Ньютон (2.10) өрнекті Жер жән оның бетіне жақын орналасқан денеге, Жер мен Ай жүйелеріне пайдаланды. Алғашқы жағдайда өзара әсер етуші күш

$$F_T = \gamma \frac{m_T M_3}{R_3^2}, \quad (2.11)$$

мұндағы  $M_{ж}$  – жер массасы,  $R_{ж}$  -оның радиусы;  $m_{д}$  -дене массасы. күші әсерінен дене үдеу алады

$$a_{T} = \gamma \frac{M_{3}}{R_{3}} = g \quad (2.12)$$

мұндағы  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  -еркін түсу үдеуі деп аталады. Жер және Ай жүйесі үшін олардың тартылыс күші

$$F_{л} = \gamma \frac{M_{3} M_{л}}{r^2}, \quad (2.13)$$

Мұндағы  $M_{Ай}$  – Ай массасы,  $r$  - Жер мен Ай арасындағы қашықтық ( $r = 60 R_{3}$ ).

(2.13) сәйкес Ай алған үдеу

$$a_{л} = \gamma \frac{M_{3}}{r^2}. \quad (2.14)$$

(2.12) және (2.14) қатыстардан мынау шығады:

$$a_{л} = g \frac{R_{3}^2}{r^2} = 9,8 \left( \frac{R_{3}}{60 R^2} \right)^2 = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2, \quad (2.15)$$

басқа жағынан Ай центрге тартылу үдеуіне тең болады, ол

$$a_{л} = a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Айдың айналу периодының мәні  $T=27,32$  сәтке  $=27,32 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}$ ;  
 $r = 60 \cdot 6371 \text{ км} = 60 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ . Осы мәліметтер бойынша

$$a_{л} = \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6,37 \cdot 10^6}{(27,32 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 2,72 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (2.16)$$

(2.15) пен (2.16) теңдеулерінің сәйкестігі (2.11) және (2.13) қатыстарының дұрыс екендігін дәлелдейді, сондықтан да (2.10) өрнегі де дұрыс.

Бүкіл әлемдік заңынан (2.10) гравитациялық  $\gamma$  – тұрақтысы, СИ жүйесіндегі массалары  $m_1 = m_2 = 1 \text{ кг}$  екі бөлшектің арасы  $r = 1 \text{ м}$

қашықтықтағы өзара әсер күшіне тең шама. Кавендиш жүргізген эксперименттер,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (Н.м}^2\text{)/кг}^2$ . екендігін көрсетті.

Сонымен, осы айтылғандардан мынау шығады: Кеплердің бірінші және үшінші заңдары бүкіл әлемдік заңның салдары болып табылады. Орталық күштер өрісіндегі денелер қозғалысын қарастыру кезінде жүргізілген қатаң математикалық есептеулер осыны дәлелдейді.

Кеплердің екінші заңына қатысты айтарымыз: оны дәлелдеу импульс моментінің сақталу заңының негізінде берілуі мүмкін, ол жөнінде сөз кейін айтылады.

Бүкіл әлемдік тартылыс заңының негізінде бірінші, екінші және үшінші космостық жылдамдықтардың өрнектері қорытылуы мүмкін болады. Бұл мәселелерді біз осы жерде қарастырмаймыз. Оларды студенттердің өз бетінше дайындауына қалдырамыз.

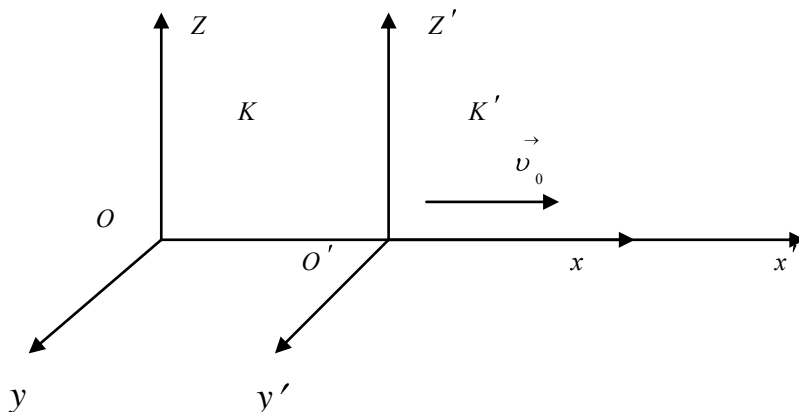
### 1.9. Дәріс тақырыбы және 1.10. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

**Инерциалды емес санақ жүйелері**

#### Инерция күші

Айталық, екі координат жүйесі берілсін делік, бірі –  $K(x, y, z)$ - қозғалмайды, демек ол инерциалды, ал екіншісі –  $K'(x', y', z')$  біріншімен салыстырғанда  $\vec{v}_0$  жылдамдықпен ілгерілемелі қозғалсын және оның модулі  $|\vec{v}_0| = v_0(t)$ , яғни үдеумен қозғалады (2.2- сурет). Инерциалды жүйелердің біреуі басқамен салыстырғанда үдеумен қозғалатын санақ жүйесін инерциалды емес деп аталады.  $K'$  - инерциалды емес санақ жүйесі.



## 2.2- сурет

Егер  $K'$  жүйедегі материалды нүкте  $\vec{v}'$  жылдамдықпен қозғалса, онда оның  $K$  жүйедегі жылдамдығы:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' \quad (2.17)$$

және сәйкес үдеуі

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}', \quad (2.18)$$

мұндағы  $\vec{a}$  - инерциалды емес жүйедегі бөлшектің үдеуі.

Егер бөлшек сыртқа өзара әсерге ұшырамаса, онда  $\vec{a} = 0$  және  $\vec{a}' \neq 0$ . (2.18) бойынша  $\vec{a}' = -\vec{a}_0$ . Бұл Ньютонның бірінші заңы  $K\Theta$  жүйесінде орындалмайды деген сөз: сыртқы әсер жоқ, ал үдеу  $\vec{a}' \neq 0$ . сондықтан  $K\Theta$  жүйесі инерциалды деп аталады, (2.18) өрнегінің екі жағында дене массасы  $m$  -ға көбейтейік:

$$f_u' = m \vec{a}' = -m \vec{a}_0. \quad (2.19)$$

Сондықтан,  $K\Theta$  жүйеде бөлшекке  $f_u'$  күші әсер етеді, ол қозғалатын санақ жүйесіндегі бөлшектің массасы мен үдеу көбейтіндісіне тең.

Үдеу бұл кезде кері шамамен алынады және  $f_u'$  күші инерция күші деп аталады. Ол координат жүйесінің үдетілген қозғалысынан туады, яғни оның инерттілік еместігінен шығады.

Инерция күшін анықтаудағы берілген ережені айналушы  $K\Theta$  санақ жүйесіне қатысты қарастыруға болады. Бұл кезде  $K\Theta$  центрге тартқыш үдеуге  $\vec{a}' = -\omega^2 \vec{r}$  ие болатындығы белгілі, мұндағы  $\omega$ —айналу бұрыштық жылдамдығы  $\vec{r}$  — айналу өсінен нүктеге дейінгі жүргізілген радиус – вектор. Берілген жағдайда инерция күші

$$\vec{F}_u = m \omega^2 \vec{r}. \quad (2.20)$$

Бұл күшті центрден тепкіш инерция күші деп атайды. Ол (2.20) дан көрініп тұрғанадай айналу өсінен нүктеге дейінгі жүргізілген радиус-вектор бойымен бағытталады.

### Дене салмағы.

**Орын ендігінің өзгерісіне байланысты дене салмағының өзгеруі**

Салмақ дегеніміз не? Ньютон заңы бойынша дененің тіреу нүктесіне әсер ету күші, немесе дененің іліну кезіндегі Жердің центріне тартылу күші екені белгілі.

Жер бетіндегі  $M$  нүктесінде тыныш тұрған массасы  $m$  денеге ауырлық күшінен басқа центрден тепкіш инерция күші  $F_u = m\omega^2 r$  әсер етеді ( $r$  – Жердің айналу өсінен денеге дейінгі қашықтық). Бұл күштің бағыты  $\vec{r}$  векторымен сәйкес келеді (2.4- сурет).  $\vec{F}_u$  күшін  $\vec{F}_{u1}$  және  $\vec{F}_{u2}$  екі құраушыға жіктеуге болады.  $\vec{F}_{u1}$  құраушысы Жердің тартылыс күшіне бағыты қарама – қарсы болғандықтан тіреу нүктесіне түсетін қысымды азайтады және  $P$  салмақты да кемітеді. Сондықтан, дене салмағы  $\vec{F}$  тартылыс күші мен  $F$  құраушы  $\vec{F}_{u1}$  күш айырымына тең, яғни

$$P = F_T - F_u \cos \varphi, \quad (2.21)$$

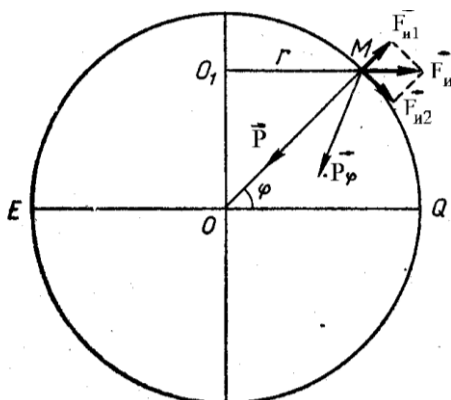
мұндағы  $\varphi$  – дене орналасқан ендік.  $F_T$  және  $F_u$  мәндерін (2.10) және (2.11) өрнектерінен мынаны аламыз:

$$P = \gamma \frac{M_{\text{ж}} m}{R_{\text{ж}}^2} - m\omega^2 r \cos \varphi, \quad (2.22)$$

мұндағы  $\omega$  – Жердің апталық айналуының бұрыштық жылдамдығы.

$r = R_{\text{ж}} \cos \varphi$ , болғандықтан (2.22) өрнегін басқаша түрде беруге болады

$$P = \gamma \frac{M_{\text{ж}} m}{R_{\text{ж}}^2} - m\omega^2 R_{\text{ж}} \cos^2 \varphi. \quad (2.23)$$



2.3-сурет

(2.23) қатысы дене салмағының орын ендігінен байланыстылығын тағайындайды. Шын мәнінде дене салмағы  $P$  орын ендігіне тәуелді. Дене

салмағы полюстан экваторға қарай кемиді, өйткені бұл кезде да және да артады. Бұл кему 0,5% ден артпайтындығын атап көрсетуге болады. Сондықтан өте үлкен дәлдігін талап етілмейтін жерде олар ескерілмейді.

2.23 өрнегі негізінде дененің салмақсыздығын түсіндіруге мүмкін болады, яғни салмақсыздық деп дененің тіреу нүктесіне қысым түсірмейтін күйді айтамыз, сол сияқты мысалы ол жасанды Жер серігі кезінде, космостық кемелерде орын алады.

$F_{u2}$ -центрден тепкіш күш құраушысы яғни салмақ бағытының тік бағыттан ауытқуы кезіндегі әсері

$$F_{u2} = \frac{1}{2} m \omega^2 R \sin 2\varphi$$

Бұл құраушы экваторда және полюсте нольге тең, ал  $\varphi = 45^\circ$  ендікте ең үлкен мәнге ие болады.

1.5. Дәріс тақырыбы

Дәріс конспектілері:

## ТҮТАС ОРТА МЕХАНИКАСЫНЫҢ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

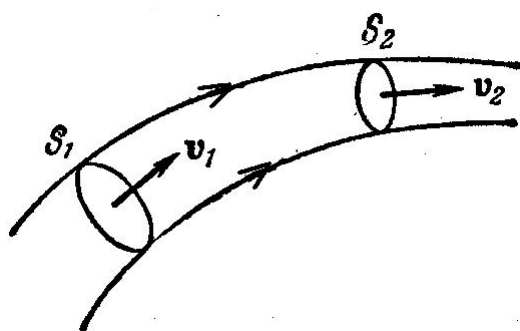
### Сұйықтың қалыптасқан қозғалысы

Сығылғыштығы және тұтқырлығы ескерілмейтін тұтас ортадағы – идеал сұйықтың қозғалысын қарастырайық. Одан кейбір көлемді бөліп алайық, оның көптеген нүктелерінде  $t$  уақыт мезетіндегі сұйық бөлшектерінің қозғалыс жылдамдығы анықталған болсын. Егер уақыт ішіндегі векторлық өрістің суреті өзгеріссіз қалса, онда сұйықтың мұндай қозғалысы қалыптасқан қозғалыс деп аталады.

Сұйықтардың қозғалысы ағыс, ал сұйық бөлшектері жиынтығының қозғалысы ағыс деп аталады.

Бұл кезде бөлшек траекториясы үздік және қиылысқан сызықтар болып саналады. Оларды төк сызықтары деп атайды, ал ағын сызықтарымен шектелген сұйық көлемі төк түтігі (5.1- сурет) деп аталады.

Сұйықтардың қозғалысын график түрінде ағын сызықтары арқылы кескіндейді. Бүйір беті ағын сызықтарымен шектелген ойша



алынған сұйық ағынының бөлігін ағын түтігі деп атайды. Ағын түтігінен бөлшектердің жылдамдығына перпендикуляр бағыты жылдамдықтары  $v_1$  және  $v_2$  болатын кез келген  $S_1$  және  $S_2$



ауданды бөліп алайық. (5.1- сурет). Аз уақыт аралығында бұл  $\Delta t$   
 5.1-сурет қималар арқылы өтетін сұйық көлемдері:

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t \\ \Delta V_2 &= S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (5.1)$$

Сұйық сығылмайтын болғандықтан  $\Delta V_1 = \Delta V_2$  және  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ .  
 Сонда ағын түтігінің кез келген қимасы үшін

$$S \cdot v = \text{const} \quad (5.2)$$

Берілген ағын түтігі үшін түтігінің көлденең қимасы мен сұйық ағынының жылдамдығының көбейтіндісі тұрақты.

Бұл өрнек ағын сорғысының үзіліссіздік теңдеуі деп аталады. Ол тек қана ағын түтігі үшін ғана емес, кез келген нақты құбырлар, өзен арналары, жырлар үшін де орындалады.

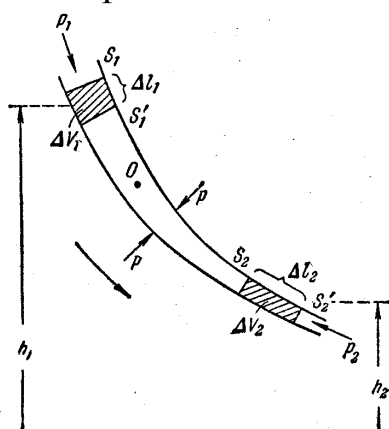
Түтік бойындағы сұйық ағынының жылдамдығы түтіктің көлденең қималарының ауданына кері пропорционал, яғни түтік қимасы жіңішке болса, ағын жылдамдығы үлкен, керісінше қима үлкен болса, жылдамдық аз. Шынында табиғатта да бұл құбылысты.

Арнасының ені тар, өзі тайаз өзен сарқырап ағады (жылдамдығы үлкен), ал арнасы кең, өзі терең өзендер қозғалмайтындай жәй ғана ағады.

### Бернулли теңдеуі

Қалыптасқан сұйық ағынының ішінен қима аудандары аз ағын түтігін ойша қарастырайық (5.2- сурет). Түтікшенің ішінен  $S_1$  және  $S_2$  аудандармен шектелген сұйық массасын алып, оның қозғалысын бақылаймыз. Сол аудандардағы ағын жылдамдықтары мен қысымдар  $v_1$ ,  $v_2$  және  $p_1$ ,  $p_2$ .

Түтік еніс бағытында берілген және олардың  $S_1$  және  $S_2$  қималары берілген горизонтал деңгейден  $h_1$  және  $h_2$  биіктікте тұр. Қарастырып отырған сұйық массасының  $\Delta t$  уақыт ішіндегі толық энергиясының өзгерісін табайық. Осы уақытта  $S_1$ ,  $S_2$  қималардың арасында орналасқан сұйық қарастырып отырған кеңістікке ағып кіреді. Толық энергияның өзгерісі  $\Delta E$  ағып шыққан және ағып кірген сұйық массаларын толық энергияларының айырымына тең. Идеал сығылмайтын



5.2- сурет сұйықтың толық энергиясы оның кинетикалық және потенциялық энергияларының қосындысынан тұрады. Олай болса, массасы  $m$  сұйықтың  $S_1S_1\Theta$  қимамен шектелгендегі толық энергиясы.

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1$$

ал осы сұйықтың ығысып  $S_2S_2\Theta$  қима аралығына барғандағы толық энергиясы

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2$$

болатынын ескерсек, онда  $m$  сұйықтың ығысып барғандағы энергия өзгерісі

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \left( \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta mgh_2 \right) - \left( \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta mgh_1 \right). \quad (5.3)$$

Үйкелісті ескермесек, толық энергия өзгерісі энергияның сақталу заңы бойынша  $S_1S_2$  қималарға әсер ететін сыртқы қысым күштерінің жұмысына тең, яғни

$$\Delta E = \Delta A \quad (5.4)$$

Осы жұмысты табайық. Сыртқы қысым күшінің  $F_1$  дің жұмысы  $\Delta A_1$  ағып кірген су массасын  $l_1 = v_1 \Delta t$  аралыққа қозғауға кетеді және ол оң мәнді, яғни

$$\Delta A_1 = F_1 v_1 \Delta t = p S_1 v_1 \Delta t$$

Ағып шығатын сұйық массасы  $l_2 = v_2 \Delta t$  аралықта сыртқы қысым күшін  $F_2$  қарсы  $\Delta A_2$  жұмыс жасайды, бұл жұмыс теріс мәнді, өйткені  $F_2$  ығысуға қарсы бағытталады.

$$\Delta A_2 = -F_2 v_2 \Delta t = -p_2 S_2 v_2 \Delta t$$

Іздеп отырған сыртқы күштердің толық жұмысы

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t$$

Үзіліссіздік теориясы бойынша

$$s_1 v_1 \Delta t = s_2 v_2 \Delta t = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

мұндағы  $\Delta V$  – іздеп отырған массаларының көлемі, онда

$$\Delta A = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = (p_1 - p_2) \Delta V \quad (5.5)$$

(5.3) және (5.5) өрнектерінен (5.4) өрнегіне қойып жинақтағаннан кейін

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 \Delta V = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 \Delta V$$

осының екі жағында  $\Delta V$  – ға бөліп және  $\frac{m}{\Delta V} = \rho$  сұйықтың тығыздығы екенін ескерсек,

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1. \quad (5.6)$$

$S_1$  және  $S_2$  қима аудандары ойша алынғандықтан соңғы өрнекті кез келген түтік қималары үшін былай жазуға болады:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const. \quad (5.7)$$

(5.7) теңдік гидродинамиканың негізгі заңын өрнектейді және мұны бірінші тапқан Бернуллидің атына сай *Бернулли теңдеуі* деп атайды.

### Сұйық ағынындағы қысым

(5.7) өрнектегі барлық қосылғыштар қысымын өлшемін береді және соған сәйкес:  $\frac{1}{2} \rho v^2$  -динамикалық,  $\rho gh$  -гидростатикалық немесе салмақтық,  $p$  -статистикалық қысым деп аталады, ал олардың қосындысы толық қысым деп аталады. Осымен байланысты бұл арақатысты (5.7) сөзбен былай айтуға болады:

*Идеал сұйықтың стационарлы (қалыптасқан) ағысы кезінде түтік ағынының кез келген қимасындағы толық қысым тұрақты шама.*

Ағын түтігінің горизонтал орналасқан жағдайында бұл (5.6) бойынша Бернулли теңдеуі мына түрге келеді:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const, \quad (5.8)$$

мұндағы  $p$  – дене бетіндегі сұйық қысымы. Бұл кездегі статистикалық қысым

$$p_A = p_a + \rho g H_1 \quad (5.9)$$

Екінші жағынан түтіктің және  $S_1$  және  $S_2$  қималары үшін Бернулли теңдеуі

$$p_A + \frac{\rho v^2}{2} = p_B$$

яғни

$$\Delta p = p_B - p_A = \frac{\rho v^2}{2}. \quad (5.10)$$

(5.9) мен (5.10) өрнектерінен ағын жылдамдығы

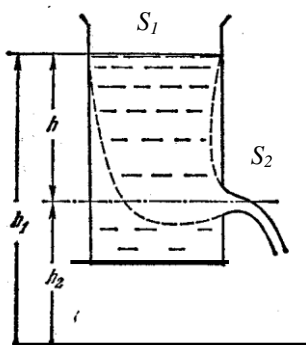
$$v = \sqrt{2g\Delta H}. \quad (5.11)$$

### Сұйықтың тесіктен ағуы.

Сұйық толтырылған ыдыстың түбіне жақын орналасқан ашық тесіктің ауданы  $S_2$  болсын, ыдыстағы сұйықтың ашық бетіндегі қимасын  $S_1$  деңгейі  $h_1$  ағын түтігін,  $S_2$  аудан, деңгейі  $h_2$  бөліп алайық. Осылар үшін Бернулли теңдеуі

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2. \quad (5.12)$$

мұндағы  $p_1 = p_2 = p_a$ , ал  $p_a$  - атмосфералық қысым. Сондықтан (5.12) ден.



(5.14)

$$\frac{v_1^2}{2} + g h_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2 \quad (5.13)$$

Егер  $s_1 \gg s_2$ , болса, онда  $v_1 \ll v_2$  және  $v_2^2/2$  мүшесін ескермеуге болады. Сонда (5.13) тен

Сондықтан, сұйықтың ағыс жылдамдығы

$$v = \sqrt{2gH},$$

### 5.3-сурет

мұндағы  $H = h_1 - h_2$ . Бұл (5.14) өрнек бірінші рет *Торигелли* алған, сондықтан оның атына  $\Delta t$  аз уақыт ішінде ыдыстан  $\Delta V = S_2 v_2 \cdot \Delta t$  сұйық көлемі ағып өтеді. Соған сәйкес масса  $\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$ , мұндағы  $\rho$  – сұйық тығыздығы. Тығыздық импульсқа  $\Delta \vec{P} = \Delta m \cdot \vec{v}_2$  ие. Сондықтан, бұл импульсты ыдыс ағатын  $\Delta m$  массаға береді, яғни әсер етуші күш

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot v_2$$

Бұл кезде Ньютонның үшінші заңы бойынша ыдысқа мұндағы,  $\vec{F}_r = -\vec{F}$  яғни әсер етуші

$$\vec{F}_r = -\rho \cdot S_2 v_2 \cdot v_2. \quad (5.15)$$

Мұнда  $\vec{F}_r$  – ағатын сұйықтың реакция күші. Егер ыдыс арба үстінде тұрса, онда ол  $F_r$  күштің әсерінен қозғалысқа келеді, ол реактивті қозғалыс болып табылады.

### Ламинарлық және турбуленттік ағыстар. Тұтқырлық

Сұйықтың ағысын ламинарлық және турбуленттік деп екіге бөледі. Ламинарлық латынның *lamina* - сызықша, тақтайдай, ал турбуленттік латынның *turbulentus* – тынышсыз, ретсіз деген сөздерінен алынған.

Сұйықтың жеке қабаттары бір – бірімен араласпай бірінің бетімен екіншісі сырғып параллель қозғалса мұны ламинарлық ағыс деп атайды.

Сұйық бөлшектерінің жылдамдығы артып, шекті мәнге жеткенде әр қабаттардың бір – бірімен араласуы сұйықтың турбуленттік ағысы деп атайды.

Идеал сұйықтың қалыптасқан стационарлы ағысы кез келген жылдамдықтарда ламинарлы болып табылады. Нақты сұйықтардың қабаттары арасында ішкі үйкеліс күші пайда болады, яғни нақты сұйықтар тұтқырлыққа ие болады. Сондықтан, әрбір қабат көрші қабаттың қозғалысына кедергі жасайды. Ішкі үйкеліс күшінің шамасы ілінісу қабаттарының  $s$  ауданына және жыламдықтың  $d^v/dz$  градиентіне пропорционал болады, яғни

$$F = \eta \frac{dv}{dz} \cdot S, \quad (5.16)$$

мұндағы  $\eta$  – тұтқырлық коэффициенті деп аталатын пропорционалды коэффициент. Оның өлшем бірлігі  $1 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = 1 \text{Па} \cdot \text{с}$ . Тұтқырлық сұйықтың тегіне және температурасына байланысты. Температураның өсуіне қарай тұтқырлық төмендейді.

Егер ішкі үйкеліс күші және ағыс жылдамдығы, аз шама болса, онда қозғалыс практика жүзінде ламинарлы болып табылады. Ішкі үйкеліс күшінің үлкен мәндері кезінде ағыстың қабаттық сипаты бұзылады; аса күшті араласу басталады, яғни турбулентті ағысқа көшу болады. Сұйық арасының түтік бойынша бұл көшу кезіндегі шарт Рейнольдс саны деп аталатын  $Re_{кр}$  шамасымен анықталады:

$$Re_{кр} = \frac{\rho v D}{\eta}, \quad (5.17)$$

мұндағы  $\rho$  - сұйықтың тығыздығы,  $v$  - түтік қимасы бойынша орташа ағыс жылдамдығы,  $D$  - түтік диаметрі.

$Re < Re_{кр}$  кезінде ламинарлы ағыс, ал  $Re > Re_{кр}$  кезінде турбулентті ағыс болып қалыптасады. Радиусы  $r$  дөңгелек қимасы бар түтік үшін Рейнольдс саны.  $Re \approx 1000$  Тұтқырлықтың әсері  $Re < Re_{кр}$  кезінде дөңгелек қимасы бар түтік бойынша әртүрлі қабаттардағы ағыс жылдамдықтары әртүрлі етіп жасалды. Оның орташа мәні *Пуазейля өрнегі* бойынша анықталады

$$\langle v \rangle = \frac{r^2}{8\eta} \cdot \frac{(p_1 - p_2)}{\ell}, \quad (5.18)$$

мұндағы  $r$  – түтік радиусы,  $(p_1 - p_2)$  – түтік ұштарындағы қысым айырымы,  $\ell$  - оның ұзындығы.

Тұтқырлықтың әсері ағынның қозғалмайтын денемен өзара әсерлесуі кезінде де байқалады. Әдетте, салыстырмалылықтың механикалық принципіне сәйкес, кері есеп қарастырылады. Мысалы,  $Re \ll 1$  кезінде сұйық ішінде қозғалған шарға әсер ететін үйкеліс күшін

$$F = 6\pi \eta r v, \quad (5.19)$$

Стокс тағайындады. Сондықтан бұл өрнек Стокс теңдігі деп аталады, мұндағы  $r$  – шардың радиусы,  $v$  - оның қозғалыс жылдамдығы. (5.19) Стокс өрнегі лабораториялық практикум сабағында сұйықтардың  $\eta$  тұтқырлық коэффициентін анықтау үшін қолданылады.

Негізгі әдебиеттер: 2 (46-72 беттер)  
10 (7-13 беттер)  
Қосымша әдебиеттер: 49 (6-?? беттер)  
50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

1.6. Дәріс тақырыбы  
Дәріс конспектілері:

## ГАРМОНИКАЛЫҚ ТЕРБЕЛІСТЕР

### Тербелмелі қозғалыстар

Табиғатта өте жиі кездесетін қозғалыстардың бір түріне тербелістер жатады. Су бетінің толқындауы, сағат тілінің әрлі – берлі шайқалуы, домбыра шегінің дірілдеуі, жер бетінің, үйлердің тітіркенуі, радио жүйелерде айнымалы токтордың өзгеруі – бәрі де тербелмелі құбылыстарға мысалдар. Сол сияқты әртүрлі физикалық құбылыстардың мысалы дыбысты, жарықты, айнымалы токтарды, радиотоктарды, маятниктердің тербелуін зерттеу барысында да тербелістермен кездесеміз.

Сонымен, тербелмелі қозғалыс, немесе жай тербеліс деп уақыттың өтуіне байланысты қозғалыстың қайталанғыштығымен анықталатын физикалық шаманы айтамыз.

Тербелістің түрі сан алуан болғанымен, олардың барлығында да жүретін құбылыстар ортақ сандарға бағынады. Солардың ең қарапайым түрі гармоникалық тербелістер.

Егер физикалық шаманың өзгерісі  $x$ -тің (орын ауысуының) косинус (немесе синус) заңы бойынша өтсе, онда мұны гармоникалық тербеліс деп атайды, яғни

$$x = A \cos(\omega_0 t + \alpha_0), \quad (6.1)$$

мұндағы  $A$  - жүйенің тепе-теңдік күйден ең үлкен ауытқуына тең шама – тербеліс амплитудасы деп аталады,  $(\omega_0 t + \alpha_0)$  - берілген  $t$  уақыт мезетіндегі  $x$  орын ауысу шамасын анықтайды және оны тербеліс фазасы деп атайды. Есептеудің бастапқы нүктесінде ( $t=0$ ) тербеліс фазасы  $\varphi_0$  ге тең. Сондықтан  $\varphi_0$  – бастапқы фаза деп аталады. Фаза радиан немесе градус бойынша өлшенеді,  $\omega_0$  - циклдік жиілік, ол  $2\pi$  секунд уақытта болатын толық тербеліс санына тең шама.

Уақыт өткен сайын жүйенің қозғалысы дәл қайталанып отырса, онда мұндай тербелісті периодтық деп атайды.

Толық бір тербелісті жасауға кететін уақытты период ( $T$ ) деп, ал тепе-тендік күйден ең үлкен ауытқу қашықтығын амплитуда деп атайды. Тербелуші жүйеге үйкеліс күштері әсер етпесе, онда ол еркін тербеледі, оның амплитудасы, периоды өзгермейді. Егер жүйе  $t$  уақыт ішінде  $n$  рет тербелсе, онда  $1c$  ішінде  $\nu = \frac{n}{t}$  тербеліс жасайды, ал мұны тербеліс жиілігі деп атайды.  $t$  Керісінше уақыт бойынша периодты табу оңай:

$$T = \frac{n}{t} = \frac{1}{\nu} \quad (6.2)$$

Период пен циклды жиілік арасындағы байланыс

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (6.2)$$

Жиілік өлшемі үшін периоды  $1c$  тең тербеліс жиілігі қабылданады, оны *герц* (Гц) деп атайды.  $10^3 \text{ Гц} = 1 \text{ кГц}$ ,  $10^6 \text{ Гц} = 1 \text{ МГц}$ .

Тербелмелі қозғалыс тек  $x$  пен ғана емес, сонымен бірге жылдамдық  $v$  мен және  $a$  үдеумен сипатталады. Олардың мәндерін (6.1) өрнегінен алуға мүмкін. (6.1) өрнегін уақыт арқылы дифференциалдап жылдамдық теңдеуін аламыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0 + \frac{\pi}{2}). \quad (6.4)$$

(6.4) өрнегі бойынша жылдамдықта гармоникалық заң бағынады, әрі жылдамдық  $A\omega_0$  амплитудасы. (6.1) мен (6.4) ті салыстырсақ, орын ауысудан фаза бойынша  $\frac{\pi}{2}$  ге озады.

(6.4) тағы да уақыт бойынша дифференциалдап, үдеу өрнегін табамыз:

(6.5) пен (6.3) ді салыстырсақ, онда үдеу мен орын ауысу қарама – қарсы фазада болатындығы шығады, яғни орын ауысу өзінің ең үлкен оң мәніне жеткенде, үдеу өзінің ең үлкен теріс мәніне жетеді, және керісінше болады.

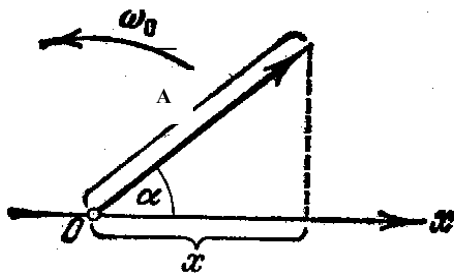
### **Гармоникалық тербелістерді векторлық амплитуда жәрдемімен көрсету.**

Гармоникалық тербелістерді сипаттайтын

$$x = A \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$$



теңдеуін айналушы векторлық амплитуда көмегімен көрсетуге болады, осындай әдіспен алынған кестені векторлық диаграмма деп атайды. Алынған өсті  $x$  әрпімен белгілейік (6.1 – сурет).



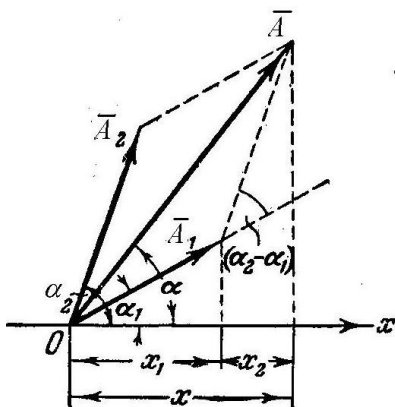
Осымен алынған  $O$  нүктесінен осьпен  $\alpha$  бұрышын жасайтын вектор ұзындығын салайық. Егер бұл векторды сағат тілінің бағытына қарама-қарсы бағытта бұрыштық жылдамдықпен айналдырсақ, онда бұл вектордың ұшының проекциясы  $x$  осі бойынша  $A$  дан -  $A$  ға шегінде орын ауыстырады

және координата проекциясы уақыт бойынша (6.1) заңы бойынша өзгереді. Сондықтан, гармоникалық тербелістер, ұзындығы тербеліс амплитудасына тең, ал бағыты бастапқы тербеліс фазасына тең  $x$  осімен бұрыш жасайтын вектор арқылы беруге болады. Гармоникалық тербелістерді айналушы вектор арқылы, яғни векторлық диаграмма көмегімен көрсету тербелістерді қосу кезінде кең қолданылады.

### Бір бағыттағы және бір жиіліктегі гармоникалық тербелістерді қосу.

Бірдей бағыттардағы және бірдей жиіліктердегі екі гармоникалықтарды қосуды (нүкте бір мезгілде екі гармоникалық қозғалыстарға қатысады) қарастырайық. Тербелуші дененің  $x$  орын ауысуы келесі түрде жазылатын  $x_1$  және  $x_2$  орын ауысуларының қосындысы ретінде беріледі:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_0 t + \alpha_2) \end{aligned} \quad (6.6)$$



6.2-сурет

Бұл екі тербелістерді  $\vec{A}_1$  және  $\vec{A}_2$  векторларының көмегімен көрсетейік (6.2-сурет). Қорытқы  $\vec{A}$  векторын векторларды қосу ережесі бойынша құрайық.

Сонда бұл вектордың  $x$  осіндегі проекциясы қосылған векторлардың проекцияларының  $x_1$  және  $x_2$  қосындысына тең екендігі суреттен оңай көрінеді:

$$x = x_1 + x_2$$

Сондықтан,  $\vec{A}$  векторы қорытқы тербеліс болып табылады. Бұл вектор  $\vec{A}_1$  және  $\vec{A}_2$  векторлары сияқты  $\omega_0$  бұрыштық жылдамдықпен айналады, олай болса қорытқы вектор сипатталатын өрнек

$$x = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

болады, мұндағы  $A$  – қорытқы тербелістің амплитудасы, ал  $\alpha$  – оның бастапқы фазасы. (6.2) - суреттен  $A$  амплитудасының квадраты мынаған тең:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (6.7)$$

ал бастапқы фаза төмендегі қатыстан анықталады

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}$$

(6.7) өрнегінен, қорытқы тербелістің амплитудасы қосылған тербелістердің  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  бастапқы фазаларының айырымына тәуелді екені шығады. Дербес жағдайларды қарастырайық:

1. фаза айырымы  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  нольге тең және  $2\pi$  бүтін санына тең болсын.

$$(\alpha_2 - \alpha_1) = 2n\pi, n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Онда

$$\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 1 \text{ және } A = A_1 + A_2,$$

яғни қорытқы тербелістің амплитудасы  $A_1$  мен  $A_2$  нің қосындысына тең.

2. қосылған тербелістердің  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  фаза айырымы тақ санына тең:

$$(\alpha_2 - \alpha_1) = (2n + 1)\pi, n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

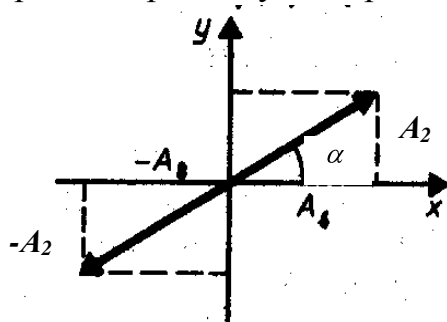
Онда

$$\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = -1 \text{ және } A = |A_1 - A_2|,$$

яғни қорытқы тербелістің амплитудасы  $A_1$  мен  $A_2$  нің айырымына тең.

### Өзара перпендикуляр тербелістерді қосу

Дербес жағдайлар мысалында, өзара перпендикуляр бағыттардағы тербелістерді қосуды қарастырайық. (6.3 – сурет).



Олардың дөңгелектік жиіліктері және фазалары бірдей, ал амплитудалары әртүрлі болсын:

$$x_1 = A_1 \cos \omega t, y = A_2 \cos \omega t$$

Екінші теңдеуді біріншіге бөлгеннен кейін

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (6.8)$$

6.3-сурет алынады. Бұл түзу теңдеуі болады, яғни арақатысы, осындай екі тербелістерді қосу нәтижесінде алынған қорытқы тербеліс түзу бойымен жасалады және оның  $x$  осіндегі еңкею бұрышы  $\alpha$  мына өрнектен табылатындығын, дәлелдейді:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_2}{A_1}$$

Ал осы түзу бойындағы орын ауысу шамасы (6.3-сурет)

Алынған тербеліс сызықты – поляризацияланған деп аталады.

2. Енді фаза айырымы  $\frac{\pi}{2}$  болсын, онда қосылғыш тербелістердің түрі:

$$x = A_1 \cos \omega t,$$

$$y = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -A_2 \sin \omega t$$

болады. Оларды мынадай сәйкес түрге келтіруге болады

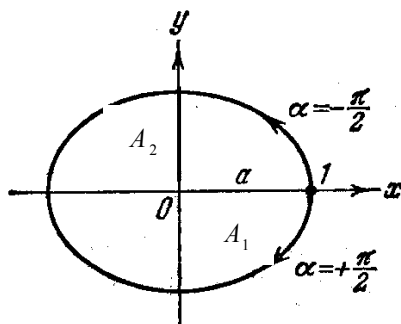
$$\frac{x}{A_1} = \cos \omega t, \frac{y}{A_2} = -\sin \omega t$$

Егер теңдеулерді квадраттасақ, және оларды қоссақ, онда

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1. \quad (6.9)$$

(6.9) өрнегі – эллипс теңдеуі, яғни нүкте қозғалысы эллипстік траектория бойынша болады (6.4-сурет). Келтірілген жағдайда, қозғалыс сағат тілі бағытымен эллипс бойынша болады.

$A_1 = A_2 = R$  болған жағдайда (6.9) арақатынасы шеңбер теңдеуіне көшеді:



6.4-сурет

$$x^2 + y^2 = R^2. \quad (6.10)$$

Фаза айырымы  $\pi$ -ға және  $\frac{3}{2}\pi$ -ге тең болғандағы жағдайлар оқушылардың өз бетінше орындауына қалдырылады.

### Серіппелі, физикалық және математикалық маятниктер

Серпімді күштің әсерінен болатын тербелістерді, мысалы серіппелі маятниктің тербелісін қарастырайық.

Серіппелі маятник үшін абсолют серпімді серіппеге ілінген массасы  $m$  жүкті алуға болады  $F = -kx$ . Серпімді күштің әсерінен серіппелі маятник гармоникалық тербеліс жасайды. Серпімді коэффициент  $k$  берілген жағдайда қаттылық деп аталады.

Тепе-теңдік күйден шығарылып, әрі қарай өз - өзіне берілген жүйенің тербелістері еркін тербелістер деп аталады. Серпімді немесе квазисерпімді күштер үшін өрнекті Ньютонның екінші заңын қойсақ, онда:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (6.11)$$

немесе

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (6.12)$$

мұндағы  $\omega_0^2 = k/m$ ,  $k/m > 0$  болғандықтан,  $\omega_0$  тербеліс жүйесінің меншікті жиілігі деп аталатын заттық шама.

Сонымен, үйкеліс күші болмаған кезде, серпімді (немесе квазисерпімді) күш әсерінен қозғалыс (6.12) дифференциалды теңдеуімен сипатталады, мұның шешімі болып табылатын өрнек

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.13)$$

Мұны (6.13) және (6.12) өрнектері арқылы шығаруға болады.

Сондықтан  $F = -kx$  түріндегі күш әсерінде тұрған жүйе қозғалысын гармоникалық тербеліс болып табылады.

Серіппелі маятниктің тербеліс периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6.13a)$$

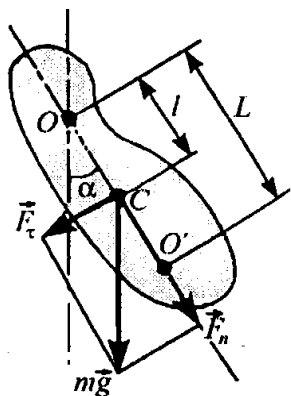
Бұл өрнек, серіппе массасы дене массасымен салыстырғанда аз болған кезде орынды.

Квазисерпимді күштердің әсерінен гармониялық тербелістерді жасайтын денелер массаларын физикалық және математикалық маятниктер жатады.

#### Физикалық маятник

Кез келген бір нүктесі арқылы ілініп, тербелетін денені физикалық маятник деп атайды, немесе дәлірек айтқанда: өзінің меншікті салмағы әсерінен  $O$  осінің  $C$  арқылы қатты денені физикалық маятник деп атайды.

$l$ -ға тең  $OC$  қашықтығы физикалық маятниктің ұзындығы деп аталады. Маятникті тепе-теңдік қалпынан  $l$  бұрышқа бұрған кезде, маятникті алғашқы қалыпқа алып келуге тырысатын айналдырушы момент пайда болады.



6.6-сурет

$F_t$  күшінің әсерінен жасалған айналдырушы момент сан жағынан мынаған тең:

$$M = -mgL \sin \alpha \quad (6.14)$$

Шексіз аз бұрыш кезінде  $\sin \alpha \approx \alpha$  және  $M = -mgL \alpha$ , маятниктің айналу бұрышының уақыт тәуелділігін алу үшін, қозғалмайтын оське қатысты айналатын дене динамикасының негізгі заңын

пайдаланамыз:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgL \alpha \quad (6.15)$$

немесе

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mgL \alpha = 0 \quad (6.16)$$

мұндағы  $J$  –  $O$  осіне қатысты маятниктің инерция моменті,  $\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \varepsilon$  – бұрыштың үдеу  $\omega_0^2 = mgL / J$  деп белгілейік, сонда

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0. \quad (6.17)$$

Алынған (6.17) өрнектің мына түрде шешімі болады:

$$\alpha = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.18)$$

Сондықтан, аз тербелістер кезінде физикалық маятниктің ауытқуы уақыт бойынша гармониялық заң арқылы өзгереді. Олай болса, физикалық маятниктің аз тербелістері кезіндегі  $T$  периодын белгілі өрнек бойынша анықталады.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}} \quad (6.19)$$

Бұл өрнекті техникада дененің инерция моментін олардың тербелістерінің периоды бойынша тәжірибелік анықтау кезінде жиі пайдаланады.

### Математикалық маятник

Созылмайтын жіпке ілінген массасы елеусіз материалды нүктені математикалық маятник деп атайды. Практикада ұзындығы дененің сызықтық мөлшерінен көптеген есе үлкен болатын жеңіл жіпке ілінген ауыр денені математикалық маятник деп есептеуге болады. Егер жіптің вертикалымен жасайтын аса үлкен емес  $\alpha$  бұрышына маятникті тепе-теңдік қалпынан ауытқытып, содан оны еркін жіберсек, онда ол вертикал жазықтықта өзінің меншікті салмақ құраушысының әсерінен тербеле бастайды. Берілген жағдайда инерция моменті  $J=ml^2$  болады, мұндағы  $l$  – математикалық маятник ұзындығы, және  $l=L$ . Математикалық маятник физикалық маятниктің дербес түрі деп есептеп (6.19) өрнегінен, алатынымыз

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (6.20)$$

(6.20) дан: математикалық маятниктің тербеліс периоды тек маятник ұзындығынан және ауырлық күші үдеуінен тәуелді, және математикалық маятник массасына тәуелсіз екені көрінеді. (6.19) және (6.20) өрнектерін салыстырсақ, онда математикалық маятник ұзындығы алынады

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \ell^2}{mg \ell}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (6.21)$$

$l_{кел}$ -физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы деп аталады.

Физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы деп, тербеліс периоды берілген физикалық маятниктің периодымен сәйкес келетін математикалық маятниктің дәл сондай ұзындығын айтады.

Штейнер теоремасы бойынша

$$J = J_c + ml$$

мұндағы  $J_c$  – масса центрі арқылы өтетін оське қатысты және  $O$  тербелу осіне параллель болатын маятниктің инерция моменті.

Сондықтан,

$$l_{кел} = \frac{J_c + mL^2}{mL} = L + \frac{J_c}{mL} \quad (6.22)$$

$J_c$ ,  $m$ ,  $L$  шамалары әрқашан оң, сондықтан  $l_{кел} > L$ . Айналу  $O$  осінен  $L$  қашықтықта  $OC$  түзуінің жалғасында жатқан  $O\theta$  нүктесі физикалық маятниктің тербеліс периоды айналу осін тербелу центріне көшіргенімнен өзгеріссіз қалады.

Гармониялық тербелістер жасайтын денелер әрі кинетикалық, әрі потенциалық энергияларға ие болады.

Егер тербеліс

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

өрнекпен сипатталса, онда жүйенің кинетикалық энергиясы

$$K = \frac{1}{2} m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha_0). \quad (6.23)$$

түріндегі күштің әсерінде тұрған  $F = -kx$  жүйенің потенциалық энергиясы

$$E_n = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

немесе  $k = m\omega_0^2$  екендігін ескерсек, онда

$$E_n = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi). \quad (6.24)$$

механикалық жүйенің толық энергиясы

$$E_{мон} = E_k + E_n = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = const. \quad (6.25)$$

Ол жүйенің топ күйіне тәуелді емес.

Кинетикалық және потенциалық энергия уақыт бойынша өзгереді, тіпті жүйе тепе-теңдік күйін өткен кезде де болатындығын көреміз, бұл

кезінде дененің ең үлкен жылдамдығы болады, сондықтан энергиясы да үлкен болады. Бұл мезетте квазисерпімді күш болмайды, сондықтан потенциалды энергия да нольге тең. Қозғалыстың әрі қарай қозғалу жағдайында квазисерпімді күштер теріс жұмыстарды жасайды, соның есебінен кинетикалық энергия кемиді, ал потенциалдық энергия артады. Тербеліс процесі кезінде кинетикалық энергия үздіксіз потенциалдық энергияға ауысу және керісінше жағдайлар болып тұрады. Еркін тербеліс жасайтын тербелмелі жүйелердің ерекшелігі міні осында. (6.25) арақатыс бойынша толық энергияның тұрақты болуы, үйкелістен болған механикалық энергияның жоғалу салдарынан болады.

Егер үйкеліс күшін есепке алсақ, онда уақыттың өтуіне қарай жүйенің толық энергиясы кемиді. Меншікті тербеліс бұл жағдайда өшетін тербеліс болып табылады.

### Өшетін тербелістер

Тұтқыр ортадағы денеге, серпімділік (немесе квазисерпімді) күшінен басқа қозғалыс жылдамдығына пропорционал  $F_r = -r\upsilon$  кедергі күші әсер етсін, мұндағы  $r$  - кедергі коэффициенті, минус таңбасы  $\vec{F}_r$  мен  $\vec{\upsilon}$  векторларының қарама-қарсы таңбаларын көрсетеді. Бұл арақатыс қозғалыстың аз жылдамдығы кезінде орынды.

$F_2$  күшін ескерсек, онда қозғалыс теңдеуі

$$ma = -kx - r\upsilon, \quad (6.27)$$

түріне келеді, мұндағы  $m$  –дене массасы,  $a$  - оның үдеуі,  $kx$  - қайтарушы күш.

$a = \frac{d^2x}{dt^2}$  және  $\upsilon = \frac{dx}{dt}$  өрнектерінің негізінде (6.27) теңдеуді мына түрде жазуға болады.

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0. \quad (6.28)$$

алуын ала (6.28) теңдеудің барлық мүшелерін  $m$ -ге бөліп және бұдан кейін

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\beta, \quad (6.29)$$

белгілеу енгізіп,



$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \quad (6.30)$$

тендеуін аламыз.

Сонымен, берілген жағдайдағы тербелісті біртекті екінші дәрежелі тендеумен сипаттауға болады, мұның тұрақты шамалары жүйе параметрлеріне байланысты болады.

Дифференциалды тендеу теорияларында  $\beta \ll \omega_0$  шарты кезінде (6.30) тендеуінің шешуі мынадай функция болады:

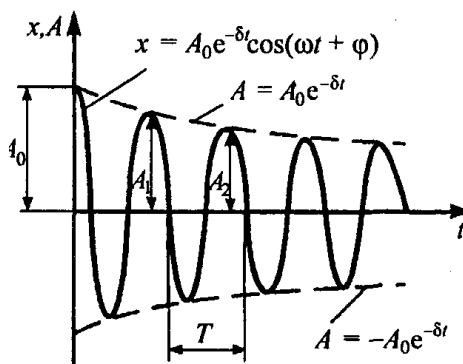
$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad (6.31)$$

мұндағы  $e$  – натурал логарифмнің негізі. (6.31) өрнегінен тербеліс амплитудасы

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (6.32)$$

екені шығады, яғни – тербеліс амплитудасы уақыт ішінде экспонент бойынша азаяды, демек өшетін тербелістер (6.7 –сурет) болып табылады.

Өшетін тербелістер жиілігі



6.7-сурет

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

ал оның периоды

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (6.33)$$

$T < T_0$  екеніне көз жеткізу қиын емес, мұндағы  $T_0$  -еркін тербелістер периоды, яғни  $\beta = 0$  кезіндегі болатын тербеліс.

$T < T_0$  екеніне көз жеткізу қиын емес, мұндағы  $T_0$  -еркін тербелістер периоды, яғни  $\beta = 0$  кезіндегі болатын тербеліс.

Тербелістердің өту дәрежесінің көрсеткіші ретінде өшу декременті шамасы болып табылады. Ол  $t$  және  $t+T$  уақыт мезеттеріне сәйкес келетін амплитудалар қатынасына тең, яғни

$$\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}. \quad (6.34)$$

Берілген өрнектің натурал логарифмі өшудің логарифмді декременті  $\delta$  деп аталады:

$$\delta = \ln e^{\beta\tau} = \beta\tau \quad . \quad (6.35)$$

$\delta$  физикалық мәні келесі жағдайда ашылуы мүмкін. Айталық  $t = \tau$  уақыт аралығы өткен кезде амплитуда  $e=2.71$  рет кемиді делік. Бұл деген сөз

$$\frac{A_0}{A_\tau} = e^{\beta\tau} = e \quad . \quad (6.36)$$

Сондықтан  $\beta\tau = 1 \quad . \quad (6.37)$

Сонда логарифм декременті мына түрде көрсетуге болады

$$\delta = \frac{T}{\tau} \quad . \quad (6.38)$$

Егер уақыт релаксациясы деп аталатын  $\tau$  уақыт кезінде  $N$  тербеліс жасалса, яғни  $\tau = NT$  болса, онда

$$\delta = \frac{1}{Ne} \quad . \quad (6.39)$$

Сонымен, логарифм декременті  $\delta$  - тербеліс санына кері шама, амплитудасы  $e$  рет кемиді (шамамен 3 рет кемиді, өйткені ( $e = 2,71 \approx 3$ )). Егер  $\delta = 0.05$  болса, онда  $Ne = \frac{1}{\delta} = 20$  болады.

$\delta$  шамасы арқылы тербелмелі жүйенің сапалылығы деп аталатын тағы сипаттамасы анықталуы мүмкін:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi Ne \quad . \quad (6.40)$$

(6.40) теңдеуінен, амплитудасы  $e$  рет кемігінге дейін тербелмелі жүйе неғұрлым көп тербеліс жасаған сайын, солғұрлым, ол сапалы болып табылады.

### Еріксіз тербелістер

Жалпы алғанда сыртқы күштердің әсерінен қозатын тербелістерді еріксіз тербелістер деп атайды. Сыртқы күштер әсер еткен жағдайда жүйе еріксіз күштің жиілігімен тербеледі.

Денеге  $F = -kx$  серпімді күш және  $F_r = -r\dot{v}$  кедергі күшінен басқа

$$F_e = F_0 \cos \omega t, \quad (6.41)$$

гармониялық заңмен өзгертін  $F_e$  айнымалы күші әсер еткен жағдайды қарастырайық мұндағы  $F_0$ —оның амлитудалық мәні,  $\omega_0$  -жиілігі.

Бұл кезде Ньютонның екінші заңы мына түрге келеді:

$$ma = -kx - r\upsilon + F_e. \quad (6.42)$$

Арақатынас  $m$ -ге бөлгеннен кейін және қосымша  $f_0 = F_0 / m$  белгілеуін енгізгеннен кейін мына түрге келуі мүмкін

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t. \quad (6.43)$$

Бұл еріксіз тербелістердің теңдеуі деп аталады. Жүйенің тербелісі гармониялық деп ұғынылып тұрақты коэффициенттері бар екінші дәрежелі дифференциалды теңдеудің шешуін төмендегі түрде іздейміз:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi). \quad (6.44)$$

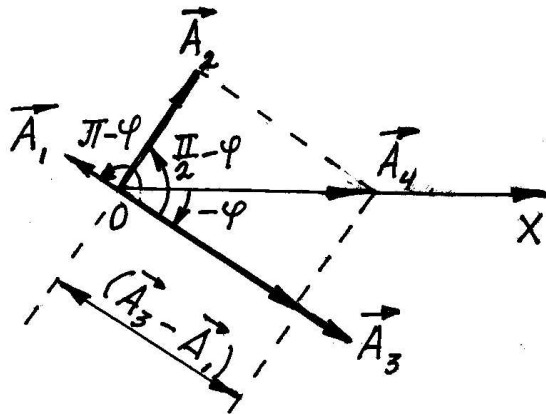
(6.44) теңдеуінен

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -A\omega \sin(\omega t - \varphi) = \omega A \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi + \pi) \end{aligned}$$

Енді  $x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}$  мәндерін (6.43)-ке қойсақ,

$$\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi + \pi) + 2\beta\omega A \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) + \omega_0^2 A \cos(\omega t - \varphi) = f_0 \cos \omega t. \quad (6.45)$$

(6.45) өрнегі, үш гармониялық тербелістерді қосудың нәтижесі теңдіктің оң жағымен сипатталатын төртінші өрнек болатындығын дәлелдейді. Тербелісі қосу суреті көрнекті болар еді, егер векторлық диаграмма әдісін пайдалансақ.



6.8-сурет

Ол үшін тіреу осі  $OX$ -ті (6.8-сурет) қосылатын тербелістердің амплитудалық векторлары  $t=0$  уақыты мезетінде тіреу сызықтарымен  $(-\varphi+\pi)$ ,  $(-\varphi+\pi/2)$  және  $(-\varphi)$  бұрыштарын жасайтындай етіп таңдап аламыз:

$Ox$  осіне сондай бұрыштармен  $\vec{A}_1 = \omega^2 \vec{A}$ ,  $\vec{A}_2 = 2\beta\omega \vec{A}$ , және  $\vec{A}_3 = \omega_0^2 \vec{A}$  саламыз. Олардың қосындысы  $\vec{A}_4 = \vec{f}_0$ -ге тең, яғни

$$\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 = \vec{f}_0. \quad (6.46)$$

6.8-сурет бойынша еріксіз тербелістердің амплитудасы

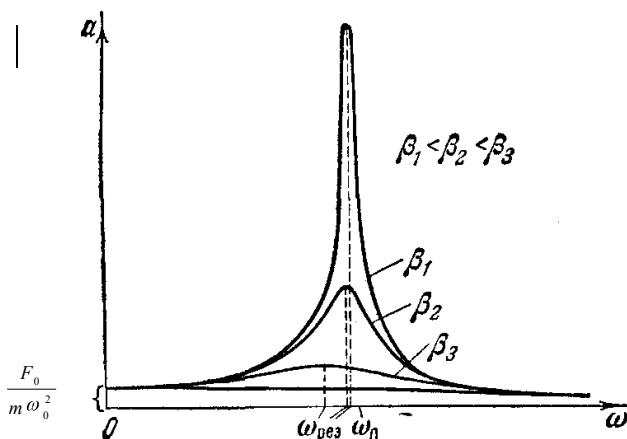
$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad (6.47)$$

ал жүйенің еріксіз күші мен ығысуының арасындағы фаза айырымы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6.48)$$

(6.47) теңдеуінен, еріксіз тербелістердің амплитудасы еріксіз күштің  $\omega$  жиілігінен тәуелді болатынын көрсетеді. Ол максимум мәніне (6.9) шарты кезінде жетеді.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (6.49)$$



Оған 6.47 өрнектің бөлімінен минимум мәнін табу арқылы көз жеткізуге болады.

Бұл кездегі  $\omega = \omega_0$  жиілікті резонанстық жиілік деп атайды, ал

кұбылыстың өзін резонанс деп атайды.

Егер  $\beta=0$  болса, яғни тербелістің өшуі жоқ, онда  $\omega_{рез} = \omega_0$ , ал амплитуда бұл кезде шексіз үлкен болады. Реалды (нақты) жүйелерде  $\beta \neq 0$  болғандықтан, амплитуда өзінің максимал мәндеріне жетеді және шекті болып қалады.

6.7-сурет

## СЕРПІМДІ ТОЛҚЫНДАР

Егер тербелуші денені серпімді ортаға қойсақ, онда тербеліс бір бөлшектен екінші бөлшекке, жақын жатқан бөлшектен алыстағы бөлшекке қарай беріледі. Тұтас ортадағы тербелістің таралу процесі толқындық процесс немесе жай толқын деп аталады. Ортаның бөлшегі толқынмен бірге қозғалмайды, олар өзінің тепе-теңдік қалпы маңында тербеледі. Толқын массаны тасымалдамай, энергияны тасымалдайды. Серпімді ортада таралатын механикалық қозуды серпімді немесе механикалық толқындар деп атайды. Олар бойлық (бөлшек толқынның таралу бағытында тербеледі) және көлденең (бөлшек толқынның тарау бағытына перпендикуляр жазықтықта тербеледі) болып екі түрге бөлінеді. Бойлық толқындар сұйық, қатты денелер және газ тәріздес орталарда таралуы мүмкін. Көлденең толқындар тек қатты денелерде тарайды. Егер толқынның таралу кезіндегі ортаның бөлшектерінің тербелістері гармониялық болып табылады, онда толқын да гармониялық деп аталады.

Бір фазада тербелетін жақын бөлшектердің арасындағы қашықтық толқын ұзындығы  $\lambda$  деп аталады. Периоды  $T$  ға тең уақыт ішінде таралатын белгілі фаза қашықтығын толқын ұзындығы деп атайды, яғни

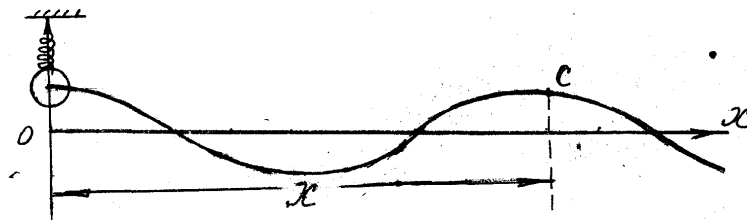
$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

мұндағы  $T$ -период,  $\nu$  - тербеліс жиілігі

Толқынның таралу жылдамдығы  $v$

$$v = \lambda / T = \lambda \nu$$

Иілгіш жіп бойымен толқынның таралуын қарастырайық. Алдымен  $x$  осі бойымен тартылған иілгіш жіптің бастапқы координатта тербеліс көзі қойылған делік. Сонда  $x$  осі бойымен тартылған жіптің бойында синусоидалық толқынның таралуына оңай көз жеткізуге болады (7.1-сурет).



7.1-сурет

Тербелмелі қозғалыс  $X$  осі бойымен кейбір  $v$  жылдамдықпен тарайды. Координаттың бас нүктесінен  $X$  қашықтыққа орналасқан  $C$  нүктесіне дейін  $\tau = x/v$  уақытта жетеді.

Егер тербеліс координаттың бас нүктесінде мынадай заң бойынша болса,

$$y = A \cos \omega_0 t, \quad (7.1)$$

онда  $C$  нүктесіндегі тербелмелі қозғалыс ( $x=0$ ) нүктесіндегі тербелмелі қозғалыстан уақыт бойынша  $\tau$  уақытқа кешігеді. Сондықтан  $C$  нүктесіндегі нүктенің тербелісі мынадай өрнек бойынша сипатталады.

$$y = A \cos \omega_0 \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (7.2)$$

мұндағы  $A$  – толқын амплитудасы,  $\omega_0$  - циклді жиілік.

(7.2) арақатысы кез келген уақыттағы кез келген  $x$  нүктесінің ығысуын анықтайды және ол толқын теңдеуі деп аталады.

Біртекті изотропты ортадағы толқынның таралуы жалпы жағдайда толқынды теңдеулерден туындылық дифференциалды теңдеумен сипатталады.

### Толқындық теңдеулер

(7.5) өрнегі толқындық теңдеу деп аталады. (7.2) арақатысы (7.5) тің шешуі болып табылатынын анықтауға көз жеткізуге болады.  $x$  және  $t$  ның бастапқы санақ нүктесін таңдау кез келген жағдайда болуы мүмкін, сондықтан (7.2) теңдеу жалпы жағдайдағы түрі мынадай

$$A = \cos \left[ \omega_0 \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$$

мұндағы  $\varphi_0$  – тербелістің бастапқы фазасы,  $\left[ \omega_0 \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$  - жазық толқынның фазасы.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v \cdot T} = \frac{\omega}{v}. \quad (7.6)$$

деген толқындық сан енгіземіз, онда толқындық теңдеуді мына түрде жазуға болады

$$y = A \cos \left[ \omega_0 t - kx - \varphi_0 \right] \quad (7.7)$$

Қарама-қарсы бағытта таралатын толқын теңдеуі  $kx$  мүшесінің алдында тұрған таңбасымен анықталады.

Фазалық жылдамдықты – толқын фазасының ығысу жылдамдығын анықтайық. Бұл толқындық процесс кезінде фазаны тұрақты деп есептейміз:

$$\omega_0 \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 = const. \quad (7.8)$$

(7.8) ді дифференциалды және  $\omega_0$  ге қысқартып мына теңдеуді аламыз

$$dt = -\frac{1}{v} dx = 0 \text{ немесе } v = \frac{dx}{dt} \quad (7.9)$$

Бұл фазалық жылдамдық болып табылады.

### Тұрғын толқындар

Жіп бойымен немесе сым бойымен таралған жазық толқын үшін алынған (7.2) теңдеуі жалпы теңдеу болып табылады, яғни ол физикалық табиғатына тәуелсіз барлық толқындар үшін қолдануға болады.

Тұрғын толқындар жиілігі бірдей және амплитудалары бірдей кездесетін екі толқынның интерференциясы нәтижесінде пайда болады. Мұндай толқындар сымда немесе екі жағы бекітілген иілгіш жіп бойында таралған кезде пайда болуы мүмкін. Тұрғын толқынның теңдеуін алайық. Координаттың бас нүктесіне фазалары бірдей болатын нүктені алайық. Уақытты есептеуді толқындардың бастапқы фазалары нольге тең болғаннан бастайық.

Тура және шағылған толқындардың теңдеулері

$$\begin{aligned} y_1 &= A \cos(\omega t - kx) \\ y_2 &= A \cos(\omega t + kx) \end{aligned} \quad (7.10)$$

(7.10) өрнегін қосып, тұрғын толқын теңдеуі аламыз:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos(2\pi x / \lambda) \cos \omega t, \quad (7.11)$$

мұндағы  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - тодқындар саны.

Тұрғын толқынның амплитудасы

$$A_{cm} = \left| 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right| \quad (7.12)$$

$x$  координатына байланысты.

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi, \quad (m=1,2,3) \quad (7.13)$$

Ортаның нүктесіндегі амплитуда  $2A$  ға тең, максимал мәндерге жетеді. Бұл нүктелер шоғырлар деп аталады.

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad (m = 0,1,2,3 \dots), \quad (7.14)$$

Орта нүктесінде тербеліс амплитудасы нольге айналады. Бұл нүктелер түйіндер деп аталады. Шоғырлар мен түйіндердің координаттарын табайық.

Шоғырлар координаттары

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0,1,2,3 \dots), \quad (7.15)$$

Түйіндер координаттары

$$x_y = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0,1,2,3 \dots) \quad (7.16)$$

Екі ұшы бекітілген сымның немесе жіптің ұзындығына бүтін жарты толқын келетін жағдайда ғана пайда болатын тұрғын толқынды көрсетейік. Сымның ұштарында тербелістің болмау себебінің шекті шарттары болатын



$$y_{(0)} = 0, y_{(l)} = 0. \quad (7.17)$$

теңдеулер болып табылады.

$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi v}{\lambda}$  екенін ескерсек, онда теңдеуді мына түрге келтіруге болады

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} y = 0. \quad (7.18)$$

(7.18)-ді  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  толқындық саны арқылы өрнектесек, онда

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0. \quad (7.19)$$

(7.19) дифференциалды теңдеудің шешуі болып

$$y_{(x)} = A \sin kx. \quad (7.20)$$

болады. (7.20) ден (7.17) шарттары орындалуы, егер

$$k l = n\pi \text{ мұндағы } n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.21)$$

жағдайда ғана болуы мүмкін.

Негізгі әдебиеттер: 2 (46-72 беттер)

10 (7-13 беттер)

Қосымша әдебиеттер: 49 (6-??? беттер)

50 (7-13 беттер)

Бақылау сұрақтары:

## Негізгі әдебиеттердің тізімі

1. Савельев И.В. Жалпы физика курсы. Электр және магнетизм. 2 том. - Алматы: Мектеп, 1977 г.
2. Савельев И.В. Жалпы физика курсы. Механика және молекулалық физика. 1 том. Алматы: Мектеп, 1977 г.
3. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие для втузов: В 5 кн.: Кн. 3: Молекулярная физика и термодинамика - 208 с. М: Астрель /АСТ, 2003 г.
4. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие для втузов: В 5 кн.: Кн. 4: Волны; Оптика - 256 с. М: Астрель /АСТ, 2002 г.
5. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие для втузов: В 5 кн.: Кн. 5: Квантовая оптика; Атомная физика; Физика твердого тела; Физика атомного ядра и элементарных частиц - 368 с. М: Астрель /АСТ, 2002 г.
6. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учебное пособие для втузов - 318 с. М: АСТ /Астрель, 2001 г.
7. Трофимова Т.И. Краткий курс физики: Учебное пособие для вузов Изд. 2-е, испр. - 352 с, М: Высшая Школа, 2002 г.
8. Грабовский Р.И. Курс физики: Учебник для вузов. Изд. 6-е - 608 с. {Учебники для вузов: Специальная литература}, СПб: Лань, 2002 г.
9. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для втузов. Изд. 4-е, испр. - 718 с. М: Высшая Школа, 2002 г.
10. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие для инженерно-технических специальностей ВУЗов, Изд. 6-е/ 7-е - 542 с. М: Высшая Школа, 1999 г.
11. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов: Учебное пособие для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Изд. 3-е - 384 с. М: Оникс 21 век /Мир и Образование, 2003 г.
12. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, испр./ 3-е - 591 с. М: Высшая Школа, 2002 г.
13. Волькенштейн В.С. Жалпы физика курсының есептер жинағы. Алматы: Мектеп, 1978 г.
14. Чертов А., Воробьев А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981.
15. Бедельбаева Г.Е. Семестровые задания по курсу общей физики. 2003г.
16. Сулеева Л.Б. Электронный учебник. Механика и молекулярная физика. 2004г.
17. Сулеева Л.Б., Полякова Л.М., Спицын А.А., Бегимов Т.Б., Джумабаев Р.Н. Механика и молекулярная физика. Физический практикум 2003.
18. Абдикасова А.А., Ниязова Ш.В., Утеулина К.А. и др. Электричество и магнетизм. Методическое указание к лабораторным работам. 1996.

## Қосымша әдебиеттердің тізімі

17. Суханов А.Д. Фундаментальный курс физики. Т.1., Корпускулярная физика. М.: Изд. Фирма «Агар», 1996.
18. Суханов А.Д. Фундаментальный курс физики Т. 3 Квантовая физика М: Агар, 1999.
19. Милантьев В.П. Атомная физика М: РУДН, 1999.
20. Курс физики. : в 2-х т., под ред. Лозовского В.Н., С-П.: «Лань», 2001.
21. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М: Высшая школа, 1983.
22. Иродов И.Е. Основные законы механики. – М: Высшая школа, 2001.
23. Трофимова Т.И. Сб. задач по общему курсу физики. – М: Высшая школа, 2001.
24. Иродов И.Е. Задачи по общей физике М: Наука, 1999.
25. Беликов Б. Решение задач по физике. – М,: Высшая школа, 1986.
26. Паркер Б. Мечта Эйнштейна: В поисках единой теории строения Вселенной (пер. с англ. Мацарских В.И.и др.; под ред. Смородинского Я.А.) - 333 с. {Эврика!} СПб: Амфора, 2001 г.
27. Сивухин Л.В. Общий курс физики. - М.: Наука, 1977-1986, т. 1-5.
28. Квасников И.А. Молекулярная физика - М: Эдиториал. УРСС, 1998.
29. Игошин Ф.Ф., Самарский Ю.А., Ципенюк Ю.М Лабораторный практикум по общей физике Т. 3. Квантовая физика. - М: МФТИ 1998.
30. Брейтот Дж. 101 ключевая идея: Физика (пер. с англ. Перфильева О.), 256 с. {Грандиозный мир}, М: Фаир-Пресс, 2001г.
31. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Кингсеп А.С. и др. Задачи по общей физике, 336 с., М: Физматлит, 2001 г.
32. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Основные законы: Учебное пособие для вузов Изд. 4-е, испр. - 432 с. {Технический университет: Общая физика}, М: Лаборатория Базовых Знаний, 2001 г..
33. Жукарев А.С., Матвеев А.Н., Петерсон В.К. Задачи повышенной сложности в курсе общей физики Изд. 2-е, испр., 192 с., М: Эдиториал УРСС ,2001 г.
34. Иродов И.Е. Квантовая физика: Основные законы: Учебное пособие для вузов - 272 с. {Технический университет: Общая физика}, М: Лаборатория Базовых Знаний , 2002 г.
35. Ремизов А.Н., Потапенко А.Я. Курс физики: Учебник для вузов - 720 с. {Высшее образование} М: Дрофа, 2002 г.
36. Арсентьев В.В., Кирпиченков В.Я., Князев С.Ю. и др. Курс физики: Учебник для вузов: В 2 тт (под ред. Лозовского В.Н.) Изд. 2-е, испр. - 1168 с. {Учебники для вузов: Специальная литература} СПб: Лань, 2001 г.
37. Глэшоу Ш.Л. Очарование физики (пер. с англ. Зубченко Н.А.) - 336 с. {Библиотека R&C Dynamics} Ижевск: ИД Удмуртский ун-т /НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002 г.

38. Савченко Н.Е. Решение задач по физике: Учебное пособие Изд. 4-е, испр. - 479 с. Мн: Вышэйшая школа, 2002 г.
39. Птицина Н.Г., Соина Н.В., Гольцман Г.Н. и др. Сборник вопросов и задач по общей физике Изд. 2-е, испр. - 328 с. {Высшее образование} М: Академия, 2002 г.
40. Птицина Н.Г., Соина Н.В., Гольцман Г.Н. и др. Сборник вопросов и задач по общей физике Изд. 2-е, испр. - 328 с. {Высшее образование} М: Академия, 2002 г.
41. Козел С.М., Лейман В.Г., Локшин Г.Р. и др. Сборник задач по общему курсу физики: Ч. 2: Электричество и магнетизм, оптика: Учебное пособие для вузов (под ред. Овчинкина В.А.) Изд. 2-е, испр. - 368 с. {Физика} М: МФТИ, 2000 г.
42. Пул Ч. Справочное руководство по физике: Фундаментальные концепции, основные уравнения и формулы (пер. с англ. Фоминой М.В. и др.) - 461 с. М: Мир, 2001 г.
43. Трофимова Т.И. Физика: 500 основных законов и формул: Справочник для студентов вузов Изд. 3-е - 63 с. М: Высшая Школа, 1999 г.
44. Трофимова Т.И. Оптика и атомная физика: Законы, проблемы, задачи: Учебное пособие для втузов - 288 с. М: Высшая Школа, 1999 г.
45. Капитонов И.М. Введение в физику ядра и частиц: Учебное пособие для вузов - 384 с. М: Едиториал УРСС, 2002 г.
46. Верещагин И.К., Кокин С.М., Никитенко В.А. и др. Физика твердого тела: Уч. пособие для втузов (под ред. Верещагина И.К.) Изд. 2-е, испр. - 237 с. М: Высшая Школа, 2001 г.
47. Козел С.М., Лейман В.Г., Локшин Г.Р. и др. Сборник задач по общему курсу физики: Ч. 2: Электричество и магнетизм, оптика: Уч. пособие для вузов (под ред. Овчинкина В.А.) Изд. 2-е, испр. - 368 с. {Физика} М: МФТИ, 2000 г.
48. Ф. Полатбеков. Оптика. Алматы: Мектеп, 1981.
49. Ж. Абдулаев. Жалпы физика курсы. Алматы: Ана тілі, 1991.
50. Ә. Ақылбеков. Механика, электр, магнетизм, тербелістер. Алматы: Білім, 1997.

<b>Практикалық сабақтар</b>
<p><b>1.1. Кинематика.</b> Механикалық қозғалыс – материя қозғалыстарының ең қарапайым түрі. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі. Материялық нүкте түсінігі. Материялық нүкте қозғалысын кинематикалық сипаттау. Қозғалыс заңы. Траектория теңдеуі. Жылдамдық және үдеу – радиус-вектордың уақыт бойынша туындысы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§1 [5-17].</p>
<p><b>1.1. Кинематика.</b> Айналмалы қозғалыстың кинематикалық элементтері. Қисық сызықты қозғалыс кезіндегі жылдамдық пен үдеу. Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§1. [5-17].</p>
<p><b>1.2. Материялық нүктенің және қатты дененің динамикасы</b> Ньютон заңдары. Масса. Күш. Механикадағы күштердің түрлері. Гравитациялық күштер. Бүкіл әлемдік тартылыс заңы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [18-38].</p>
<p><b>1.2. Материялық нүктенің және қатты дененің динамикасы</b> Серпімділік күштері. Гук заңы. Үйкеліс күштері. Инерциялы санақ жүйелері. Салыстырмалылықтың механикалық принципі. Галилей түрлендірілуі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [18-38]</p>
<p><b>1.3. Ньютон заңдарын қолдану нәтижесі.</b> Күш импульсі және дененің импульсінің өзгеруі. Масса центрінің қозғалу теоремасы. Келтірілген масса. Массасы айнымалы дененің қозғалысы. Реактивті қозғалыс. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [18-38]</p>
<p><b>1.3. Ньютон заңдарын қолдану нәтижесі.</b> Массасы айнымалы дененің қозғалысы. Реактивті қозғалыс. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [18-38]</p>
<p><b>1.4. Абсолют қатты дене динамикасы.</b> Абсолют қатты дене ұғымы. Қатты дене үшін күш моменті және инерция моменті. Штейнер теоремасы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [39-56]</p>
<p><b>1.4. Абсолют қатты дене динамикасы.</b> Бекітілген ось бойынша айналатын қатты дене динамикасының теңдеуі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [39-56]</p>
<p><b>1.5. Сақталу заңдары</b> Материялық нүктенің жүйесі. Сыртқы және ішкі күштер. Механикалық жүйенің масса центрі (инерция центрі) және оның қозғалыс заңы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.5. Сақталу заңдары</b> Сақталу заңдары кеңістік және уақыттың симметриялы салдарлары ретінде. Импульстің сақталу заңы – табиғаттың іргелі заңдарының бірі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.6. Сақталу заңдары</b> Энергия – әр түрлі формалы қозғалыстар мен өзара әсерлесудің әмбебап өлшемі. Күш жұмысы және оның қисық сызықты интеграл арқылы берілетін өрнегі. Қуат. Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы және оның жүйеге түсірілетін сыртқы және ішкі күштерінің жұмысымен байланысы. Сыртқы күш өрісіндегі материялық нүктенің потенциалдық энергиясы және оның материялық нүктеге әсер ететін күшпен байланысы. Консервативті және консервативті емес күштер. Механикадағы энергияның сақталу заңы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.6. Сақталу заңдары</b></p>

<p>Импульс моменті. Реактивті қозғалыс. Импульс моментінің сақталу заңы. Гироскопиялық эффект. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.7. Арнайы салыстырмалылық теориясының элементтері</b> Эйнштейн постулаттары. Лоренц түрлендірілуі. Түрлендірілудің инварианттары. Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 5. [71-79].</p>
<p><b>1.7. Арнайы салыстырмалылық теориясының элементтері.</b> Импульс және энергияның релятивтік түрлендірілуі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 5. [71-79].</p>
<p><b>1.8. Гравитация.</b> Кеплер заңдары. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 4. [65-68].</p>
<p><b>1.8. Гравитация.</b> Бүкіл әлемдік тартылыс заңдары. Бүкіл әлемдік тартылыс заңын жердің ауырлық күшіне қолдану. Қосмостық жылдамдықтар. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 4. [65-68].</p>
<p><b>1.9. Инерциялы емес санақ жүйесі.</b> Санақ жүйесінің ілгерілемелі үдеумен қозғалған кезіндегі инерциялық күш. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [18-35].</p>
<p><b>1.9. Инерциялы емес санақ жүйесі.</b> Санақ жүйесі кез келген үдеумен үдеумен қозғалған кездегі инерция күші. Материалдық нүктенің жердің гравитациялық өрісінде және жердің өз осінде айналуын ескеретін қозғалыс теңдеуі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.10. Инерциялы емес санақ жүйесі.</b> Салмақ және салмақты өлшеу. Дененің түсу кезіндегі бағыты тіктеуіштен ауытқуы. Фуко маятнігі. Ернектеу. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.10. Инерциялы емес санақ жүйесі.</b> Гравитациялы масса және Галилейдің жалпылама заңдылығы. Гравитациялық күш пен инерциялық күштің эквиваленттік принципі. Спектрлік сызықтардың гравитацияның әсерінен ауытқуы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 2. [36-39].</p>
<p><b>1.11. Гармониялық тербеліс.</b> Гармониялық тербелістің жалпы мінездемесі. Жүктің пружинаның әсерінен тербелуі. Математикалық маятник. Физикалық маятник. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 6. [80-94].</p>
<p><b>1.11. Гармониялық тербеліс.</b> Өшу коэффициенті. Өшудің логарифмдік декременті. Айнымалы синусоидалық күштің әсерінен мәжбүр тербеліс. Мәжбүр тербелістің амплитудасы және фазасы. Резонанс. Автотербеліс. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 6. [94-96].</p>
<p><b>1.12. Тұтас орталар механикасының элементтері</b> Тұтас орта түсінігі. Сұйықтар мен газдардың жалпы қасиеттері. Идеалды және тұтқыр сұйық. Бернулли теңдеуі. Сұйықтардың ламинарлық және турбуленттік ағыны. Стокс өрнегі. Пуазейл формуласы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 4. [36-39].</p>
<p><b>1.12. Тұтас орталар механикасының элементтері</b> Серпімді кернеулер. Серпімді деформацияланған дененің энергиясы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 4. [36-39].</p>
<p><b>1.13. Тұтас орталар механикасының элементтері</b> Гидродинамиканың ұқсастық заңдылығы. Гидродинамикалық орнықсыздық және турбуленттік. Даламбер парадоксы. Негізгі әдебиет. 13. 1-тарау. §§ 4. [36-39].</p>
<p><b>1.13. Тұтас орталар механикасының элементтері</b> Үзілісті ағын. Потенциалдық және құйынды ағын. Шекаралық қабат және үзіліс</p>

кұбылысы. Ұшақ қанатының көтеру күші. Магнус эффектісі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 4. [36-39].

**1.14. Серпімді толқындар.**

Серпімді ортада толқынның таралуы. Жазық және сфералық толқын теңдеулері. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 7. [96-109].

**1.14. Серпімді толқындар.**

Кез келген бағытта таралатын жазық толқынның теңдеуі. Толқын теңдеуі. Серпімді толқынның қатты денеде тарау жылдамдығы. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 7. [96-109].

**1.15. Серпімді толқындар.**

Серпімді толқын энергиясы. Тұрғын толқындар. Шектің тербелісі. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 7. [96-109].

**1.15. Серпімді толқындар.**

Дыбыс. Газдағы дыбыс жылдамдығы. Дыбыс толқындары үшін Доплер эффектісі. Ультрадыбыс. Негізгі әдебиет. 14. 1-тарау. §§ 7. [96-109].

## **2.5 Оқытушының жетекшілігімен орындалатын студенттердің өзіндік жұмыстары бойынша өткізілетін сабақтардың жоспары (СОӨЖ)**

**1-тапсырма. МЕХАНИКА.1.1.Кинематика.** Механикалық қозғалыс – материя қозғалыстарының ең қарапайым түрі. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі. Материялық нүкте түсінігі. Материялық нүкте қозғалысын кинематикалық сипаттау. Тренинг, есеп шығару.

**2-тапсырма. 1.2. Материялық нүктенің және қатты дененің динамикасы.** Ньютон заңдары. Масса. Күш. Механикадағы күштердің түрлері. Гравитациялық күштер. Бүкіл әлемдік тартылыс заңы. Серпімділік күштері. Гук заңы. Үйкеліс күштері. Инерциялды санақ жүйелері. Салыстырмалылықтың механикалық принципі.

**3-тапсырма. 1.3. Күш жұмысы және оның қисық сызықты интеграл арқылы берілетін өрнегі. Қуат. Консервативті және консервативті емес күштер. Орталық өріс күштеріндегі қозғалыс. Реактивті қозғалыс. Гироскопиялық эффект. Тренинг, есеп шығару.**

**4-тапсырма. 1.4 Арнайы салыстырмалылық теориясының элементтері.** Эйнштейн постулаттары. Лоренц түрлендірілуі. Түрлендірілудің инварианттары. Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы. Импульс және энергияның релятивтік түрлендірілуі. Тренинг, есеп шығару.

**5-тапсырма. 1.5. Тұтас орталар механикасының элементтері.** Тұтас орта түсінігі. Сұйықтар мен газдардың жалпы қасиеттері. Идеалды және тұтқыр сұйық. Бернуллі теңдеуі. Сұйықтардың ламинарлық және турбуленттік ағыны. Стокс өрнегі. Пуазейл формуласы. Серпімді кернеулер. Серпімді деформацияланған дененің энергиясы. Тренинг, есеп шығару.

**6-тапсырма. 1.6.Гармониялық тербелістер мен серпімді толқындар.** Гармоникалық тербелістердің жалпы сипаттамалары. Серіппедегі жүктің тербелісі. Математикалық маятник. Фазалық жылдамдық. Доплер эффектісі. Дыбыс. Ультрадыбыс. Тренинг, есеп шығару.

Ұсынылатын әдебиет: Нег. 2, 7, 9, 15, 16.

### Студенттердің өздік жұмыстары бойынша сабақ жоспары (СӨЖ)

**1-тапсырма. МЕХАНИКА.1.1.Кинематика.** Механикалық қозғалыс – материя қозғалыстарының ең қарапайым түрі. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі. Материялық нүкте түсінігі. Материялық нүкте қозғалысын кинематикалық сипаттау.

1-үй тапсырмасы Нег. 15

Нұсқа	Есептердің реттік нөмірлері				
1	1.1	1.4	1.7	1.10	1.13
2	1.2	1.5	1.8	1.11	1.14
3	1.3	1.6	1.9	1.12	1.15
4	1.4	1.7	1.10	1.13	1.16
5	1.5	1.8	1.11	1.14	1.17
6	1.6	1.9	1.12	1.15	1.18
7	1.7	1.10	1.11	1.16	1.19
8	1.8	1.11	1.12	1.17	1.20
9	1.1	1.5	1.9	1.13	1.17
10	1.2	1.6	1.10	1.14	1.18

**2-тапсырма. 1.2. Материялық нүктенің және қатты дененің динамикасы.** Ньютон заңдары. Масса. Күш. Механикадағы күштердің түрлері. Гравитациялық күштер. Бүкіл әлемдік тартылыс заңы. Серпімділік күштері. Гук заңы. Үйкеліс күштері. Инерциялы санақ жүйелері. Салыстырмалылықтың механикалық принципі.

**3-тапсырма. 1.3. Ньютон заңдарын қолдану нәтижесі.** Күш жұмысы және оның қисық сызықты интеграл арқылы берілетін өрнегі. Қуат. Консервативті және консервативті емес күштер. Орталық өріс күштеріндегі қозғалыс. Реактивті қозғалыс. Гироскопиялық эффект.

2-үй тапсырмасы және 3-үй тапсырмасы Нег. 15

Нұсқа	Есептердің реттік нөмірлері				
1	2.1	2.8	2.15	3.9	3.16
2	2.2	2.9	2.16	3.10	3.17
3	2.3	2.10	2.17	3.11	3.18
4	2.4	2.11	2.18	3.12	3.19
5	2.5	2.12	2.19	3.12	3.20
6	2.6	2.13	2.20	3.1	3.13
7	2.7	2.14	3.2	3.6	3.14
8	2.8	2.15	3.3	3.7	3.15
9	2.9	2.16	3.4	3.8	3.16
10	2.10	2.17	3.5	3.9	3.17

**4-тапсырма. 1.4. Абсолют қатты дене динамикасы.** Абсолют қатты дене ұғымы. Бекітілген ось бойынша айналатын қатты дене динамикасының теңдеуі. Қатты дене үшін күш моменті және инерция моменті. Штейнер теоремасы.

4-үй тапсырмасы: Нег. 13. 1-тарау. §3.



**5-тапсырма. 1.5. Сақталу заңдары.** Материялық нүктенің жүйесі. Сыртқы және ішкі күштер. Механикалық жүйенің масса центрі (инерция центрі) және оның қозғалыс заңы. Импульстің сақталу заңы – табиғаттың іргелі заңдарының бірі.

5-үй тапсырмасы: Нег. 13. 1-тарау. §2. № 2.37-2.93 есептер.

**6-тапсырма. 1.6. Сақталу заңдары.** Энергия – әр түрлі формалы қозғалыстар мен өзара әсерлесудің әмбебап өлшемі. Күш жұмысы және оның қисық сызықты интеграл арқылы берілетін өрнегі. Қуат. Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы және оның жүйеге түсірілетін сыртқы және ішкі күштерінің жұмысымен байланысы. Сыртқы күш өрісіндегі материялық нүктенің потенциалдық энергиясы және оның материялық нүктеге әсер ететін күшпен байланысы. Консервативті және консервативті емес күштер. Механикадағы энергияның сақталу заңы. Импульс моменті. Реактивті қозғалыс. Импульс моментінің сақталу заңы. Гироскопиялық эффект.

6-үй тапсырмасы: Нег. 13. 1-тарау. §2. № 2.37-2.93 есептер.

**7-тапсырма. 1.7. Арнайы салыстырмалылық теориясының элементтері.** Эйнштейн постулаттары. Лоренц түрлендірілуі. Түрлендірілудің инварианттары. Жылдамдықтарды қосудың релятивтік заңы. Импульс және энергияның релятивтік түрлендірілуі.

7-үй тапсырмасы: Нег. 13. 5-тарау. §17. № 17.1-17.24 есептер.

**8-тапсырма. 1.8. Гравитация.** Кеплер заңдары және бүкіл әлемдік тартылыс заңдары. Бүкіл әлемдік тартылыс заңын жердің ауырлық күшіне қолдану. Қосмостық жылдамдықтар.

8-үй тапсырмасы: Нег. 13. 1-тарау. §2. № 2.132-2.158 есептер.

**9-10-тапсырма. 1.10. Инерциялы емес санақ жүйесі.**

Салмақ және салмақты өлшеу. Дененің түсу кезіндегі бағыты тіктеуіштен ауытқуы. Фуко маятнігі. Ернектеу. Гравитациялы масса және Галилейдің жалпылама заңдылығы. Гравитациялық күш пен инерциялық күштің эквиваленттік принципі. Спектрлік сызықтардың гравитацияның әсерінен ауытқуы.

9-10-үй тапсырмасы: 9-10 тапсырмалар тақырыптарының бірі бойынша реферат жазу.

**11-тапсырма. 1.11. Гармониялық тербеліс және серпімді толқындар.**

Гармониялық тербелістің жалпы мінездемесі. Жүктің пружинаның әсерінен тербелуі. Математикалық маятник. Фазалық жылдамдық. Толқын тендеуінің негізгі сипаттамалары. Жазық стационарлық толқын. Жазық синусоидалық толқын. Жүргін және тұрғын толқындар. Доплер эффектісі Дыбыс. Ультрадыбыс.

11-үй тапсырмасы Нег. 15

Нұсқа	Есептердің реттік нөмірлері				
1	4.1	5.1	6.1	7.1	7.10
2	4.2	4.10	5.2	6.2	7.2
3	4.3	5.3	5.10	6.3	7.3
4	4.4	5.4	6.4	6.10	7.4

5	4.5	5.5	6.5	7.5	7.9
6	4.6	5.6	6.1	6.6	7.6
7	4.7	5.7	6.7	7.1	7.7
8	4.8	5.8	6.2	6.7	7.8
9	4.9	5.9	6.8	6.9	7.9
10	4.10	4.1	5.10	6.10	7.10

**11-12-тапсырма. 1.12. Тұтас орталар механикасының элементтері.**

Тұтас орта түсінігі. Сұйықтар мен газдардың жалпы қасиеттері. Идеалды және тұтқыр сұйық. Бернуллі теңдеуі. Сұйықтардың ламинарлық және турбуленттік ағыны. Стокс өрнегі. Пуазейл формуласы. Серпімді кернеулер. Серпімді деформацияланған дененің энергиясы.

11-12-үй тапсырмасы: Нег. 13. 1-тарау. §4. № 4.1-4.20 есептер.

СӨЖ-ді орындауға әдістемелік ұсыныстар.

Үй тапсырмалары негізгі 15-тен алынады. Нұсқа нөмірі сынақ кітапшасының № соңғы цифрына сәйкес келеді.

Ұсынылатын әдебиеттер: Нег. 12, 13, 14, 15.